



MODELAMIENTO DE LA DEGRADACIÓN Y ESTIMACIÓN DE LA VIDA ÚTIL
REMANENTE EN UNA BOMBA CENTRÍFUGA

POR: DIEGO ANTONIO CÁCERES JEREZ

Proyecto de grado presentado a la Facultad de Ingeniería de la Universidad del
Desarrollo para optar al grado académico de Magíster en Data Science

PROFESOR GUÍA:

Dr. HEETAEE KIM

Noviembre 2020

SANTIAGO

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Angelo Hermsilla y al profesor Enrique López de la UChile por proveer y autorizar el uso de los datos de este proyecto. También mis agradecimientos al profesor Heetae Kim por su invaluable apoyo en la ejecución del proyecto y a cada uno de los profesores del programa de magister en Data Science por sus valiosas enseñanzas.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN.....	1
1. INTRODUCCIÓN	3
2. TRABAJO RELACIONADO	5
3. HIPÓTESIS Y OBJETIVOS.....	7
4. DATOS Y METODOLOGÍA	10
4.1. DATOS	10
4.2. METODOLOGÍA.....	12
5. RESULTADOS	21
6. CONCLUSIÓN Y TRABAJO FUTURO.....	24
BIBLIOGRAFÍA	25

Resumen

El presente trabajo aborda la aplicación de algunas estrategias centradas en datos para modelar la degradación de un equipo/componente, y, de acuerdo a mediciones efectuadas en este y el conteo de su vida en curso, diagnosticar su salud y proyectar el término de la vida útil.

Lo anterior es parte de la gestión de la salud y la prognosis, disciplina que busca modelar el comportamiento de las fallas en las que incurren los distintos equipos industriales y el monitoreo de estos para evitar detenciones imprevistas o eventos indeseados que significan perjuicios económicos para las empresas.

En este proyecto, se estudia un sistema mecánico, donde el equipo susceptible de fallas es una bomba centrífuga funcionando en un ambiente de laboratorio y en los que se captan datos tanto de variables físicas presentes en el sistema, como son presión, temperatura, corriente y tensión eléctrica, entre otros; como ciertas variables de medición indirecta, acústicas, y que para efectos del modelamiento sirven como precursores de falla. El objetivo principal es modelar la degradación de la bomba y aplicar el modelo en un segundo sistema, en el que sólo se captaron las variables acústicas, conociendo el tiempo de vida real de ambos sistemas. El modelo finalmente, entrega una estimación del tiempo en horas que resta para que el equipo falle.

Los resultados de aplicar el modelo en el sistema 2, que corresponde a la bomba que sólo contiene mediciones acústicas, muestran que, el modelo de degradación y modelamiento

de proceso son aplicables al segundo sistema obteniendo resultados bastante aceptables para el término de la vida de la componente bomba (final de vida, EoL por sus siglas en inglés), en donde teniendo vidas útiles para las bombas de duración en torno a las 1900 horas, se tienen errores medios en torno a las 70 u 80 horas, que corresponde a valores en torno a 4% o 5%.

1. Introducción

La gestión de salud y prognosis, PHM por sus siglas en inglés, es una disciplina que busca estimar la salud de algún equipo o componente industrial, de modo que se pueda gestionar sus intervenciones durante su periodo útil. La disciplina toma importancia en tiempos en que la sensorización y la computación en línea se hacen cada vez más factibles y forman parte de la realidad, teniendo un potencial de ganancia en lo económico y en la seguridad sin precedentes.

Este trabajo aborda el modelamiento de la degradación de un sistema/componente para determinar su estado de salud en algún instante de su vida útil y estimar el fin de esta, con la finalidad de tomar decisiones de intervención y mantenimiento que maximicen las ganancias o minimicen los costos y los riesgos para las personas.

El sistema modelado proviene de dos pruebas de laboratorio en el que se configuran un funcionamiento de una bomba centrífuga para cada test de modo que se capten los datos de toda su vida útil para ser posteriormente modelados y servir para la determinación de estados de salud de sistemas equivalentes futuros.

Durante la ejecución del experimento, el funcionamiento de la bomba simula una aplicación industrial en la que la bomba trabaja en un ciclo de calentamiento de agua de mar, haciendo circular el agua de modo que pase por un calentador y se realimente a través del circuito.

La importancia de generar un modelo para estimar la vida de los componentes claves de ciertos sistemas, como el que se estudia en este trabajo, radica en la criticidad que pueden

tener ciertos sistemas, ya sea porque su funcionamiento es crítico desde un punto de vista de la continuidad o la seguridad, o porque requiere un esfuerzo económico grande a la hora de mantenerlo, y la planificación es clave.

El modelo generado será evaluado en el sistema de test 2 a fin de obtener conclusiones sobre su desempeño.

2. Trabajo Relacionado

Con la aparición, cada vez más real, de la computación en la nube y el internet de las cosas, el interés por disciplinas que tienen que ver con el monitoreo de condiciones y salud de los equipos y componentes industriales ha ido en crecimiento, teniendo ciertos focos que tienen relación con las metodologías que se usan, cada vez más sofisticadas, y a la integridad de los datos en entornos industriales. Como este trabajo se centra en el modelamiento propiamente tal de un sistema sometido a esfuerzos de carga cíclica, se tomaron en cuenta algunos artículos que abordan el problema de una manera similar.

En [1] se hace una revisión de las principales estrategias orientadas a datos usadas para la predicción de la vida útil remanente usadas, haciendo un recorrido por las técnicas más usadas para los casos de detección y/o modelamiento.

En [2], se estudia y se propone un marco de trabajo de pronosis y diagnóstico basado en el filtro de partículas, en él se describen la aplicación de gestión de salud estructural, aplicando modelos con filtro de partículas y describiendo tanto la detección, diagnóstico como pronosis. Se estudia, desde un plano estadístico, la variabilidad de la vida útil remanente encontrada y las aplicaciones del filtro para distintos problemas.

En la referencia [3], se busca implementar una estrategia de pronosis para una bomba centrífuga, en este caso el enfoque escogido es el de modelamiento del sistema y no basado

en datos como el usado en este trabajo. Es notable ver que basado en un modelo de motor sincrónico (circuito eléctrico), es posible categorizar el crecimiento de las pérdidas por calor en el componente. Finalmente, se aplica también un filtro de partículas para estimar la vida útil remanente del componente, esta vez simulando varias curvas asociadas a desgastes que ocurren en paralelo durante su funcionamiento.

En la referencia [4], se presenta el modelamiento de la fatiga de un material antes de la rotura de este, basado en la medición de precursores de falla y modelando la relación de causalidad en una red bayesiana.

Para los casos [5] y [6], se estudian casos prácticos de modelamiento de sistemas físicos bajo distintas estrategias y que utilizan modelos de proyección similares al implementado en este trabajo.

Se estudió también la referencia [7], como un modo de introducción a la implementación de filtros de partículas, con un enfoque bastante similar al empleado finalmente en este trabajo.

3. Hipótesis y Objetivos

Este trabajo se desarrolla analizando y modelando datos obtenidos en un experimento de laboratorio que busca generar los datos suficientes para describir la vida útil completa de una bomba centrífuga. Se generan dos pruebas con el circuito de funcionamiento de la Figura 1, en la primera, usada para modelar, se captan distintas variables físicas del sistema de la bomba además de emisiones acústicas captadas por tres micrófonos eléctricos, del tipo electret y que cuentan con circuitos preamplificadores equivalentes, sin perjuicio de las diferencias dadas por la tolerancia de los componentes electrónicos análogos. Un segundo test es ejecutado para servir de validador al modelamiento y para generación de conclusiones, en este caso el test 2 sólo cuenta con medición de parte de los sensores acústicos como precursores de falla.

2) CICLO DE TESTEO

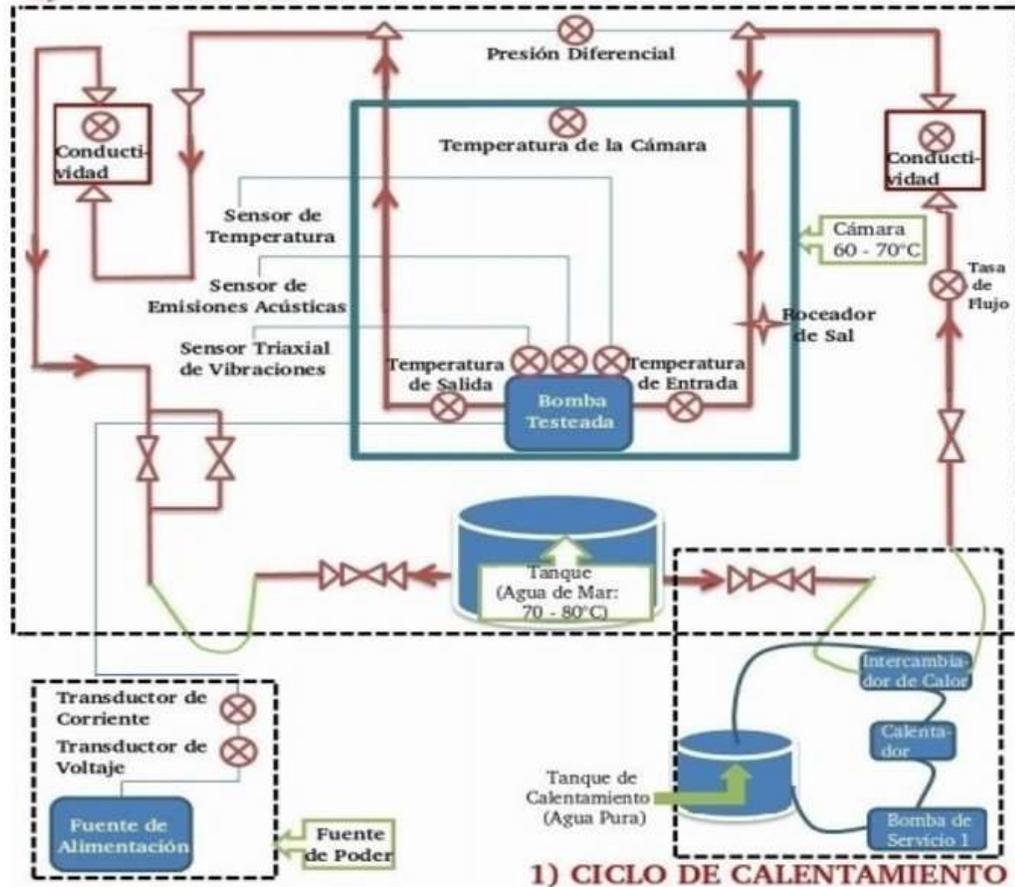


Figura 1: Esquema del circuito completo de la bomba centrífuga ocupada en ambos tests.

De lo anterior, tenemos las siguientes hipótesis:

- Se considera que la componente bomba no tiene defectos de fábrica y es libre de mantenimiento, por lo que se puede imputar su degradación mayormente al uso.
- En bombas centrífugas, la medición del desgaste o degradación se relaciona a la pérdida de eficiencia de la misma, considerándose una métrica válida.
- Las mediciones acústicas, sensadas en posiciones dadas dentro de la bomba pueden variar e identificar variaciones en su eficiencia.

- Estamos frente a datos del tipo Run to Fail, lo que permite generar un modelo de degradación a partir de las mediciones.

Luego, los objetivos son:

En general, generar un modelo que permita modelar y predecir la vida útil remanente del componente de interés en el sistema, además de fijar un marco de trabajo que permita ocupar esta metodología a otros casos.

En específico, utilizar técnicas de tipo bayesiano que permiten proyectar resultados futuros para la toma de decisiones informada. Técnicas que pueden ser adaptadas a problemas variados.

4. Datos y Metodología

4.1. Datos

Los datos proporcionados por el experimento efectuado en el circuito de la bomba se dividen en dos: datos extraídos de variables físicas presentes en el circuito de funcionamiento de la bomba centrífuga, y datos extraídos de emisiones acústicas provenientes de sensores instalados en tres lugares distintos en la bomba centrífuga.

Los datos de variables físicas, extraídos de distintos puntos del sistema en funcionamiento son sensados cada 2 segundos durante la vida completa de la bomba, de 1956 horas, lo que nos dan 58680 mediciones. Tales variables son:

- 101 - Temp of Bearing C°
- 102 - Temp of Motor Back C°
- 103 - Flow Rate LPM
- 104 - DC Voltage of Pump Vdc
- 105 - DC Current of Pump 1 Adc
- 108 - Differential Pressure PSI
- 110 - Temperature 1 (Chamber) C°
- 111 - Temperature 2 (Chamber) C°
- 201 - Conductivity Outlet (Output 3) mS/cm
- 203 - Temp Outlet (Output 4) C°
- 221 - Temp Inlet (Output 2) C°
- 222 - Conductivity Intlet (Output 1) mS/cm
- 207 - Room Temp C°
- 208 - Temp of Motor Top C°
- 209 - Temp of Pump Outlet C°
- 210 - Temp of Pump Inlet C°

- 211 - Temp of Impeller C°
- 212 - Temp of Discharge C°

Cuya relación con el funcionamiento del circuito se puede apreciar en la Figura 1.

La Figura 1 a continuación, muestra la relación de correlación entre las variables físicas medidas.

La otra fuente de datos, presente en dos tests (1 y 2), es la que se capta a través de sensores micrófonos, emisiones acústicas, provenientes de la acción de la bomba y su funcionamiento, la tasa de muestreo es de 2 segundos y las variables, para cada canal, son:

- ENER
- RMS
- ASL
- SIGSTR
- ABSEN

Las que corresponden a los valores de voltaje medidos en cada instante (RMS), energía y valor absoluto de esta (ENER y ABSEN), potencia de la señal (SIGSTR), valor promedio de nivel de la señal (ASL).

Si calculamos la correlación de cada parámetro con respecto al resto, se nota que tienen altas correlaciones, lo que hace presumir que, estadísticamente, no se genera mucho aporte de información al considerar más de una para el modelo. La Figura 2, a continuación, muestra la matriz de correlación entre dichas variables (test bomba 1, canal 1).

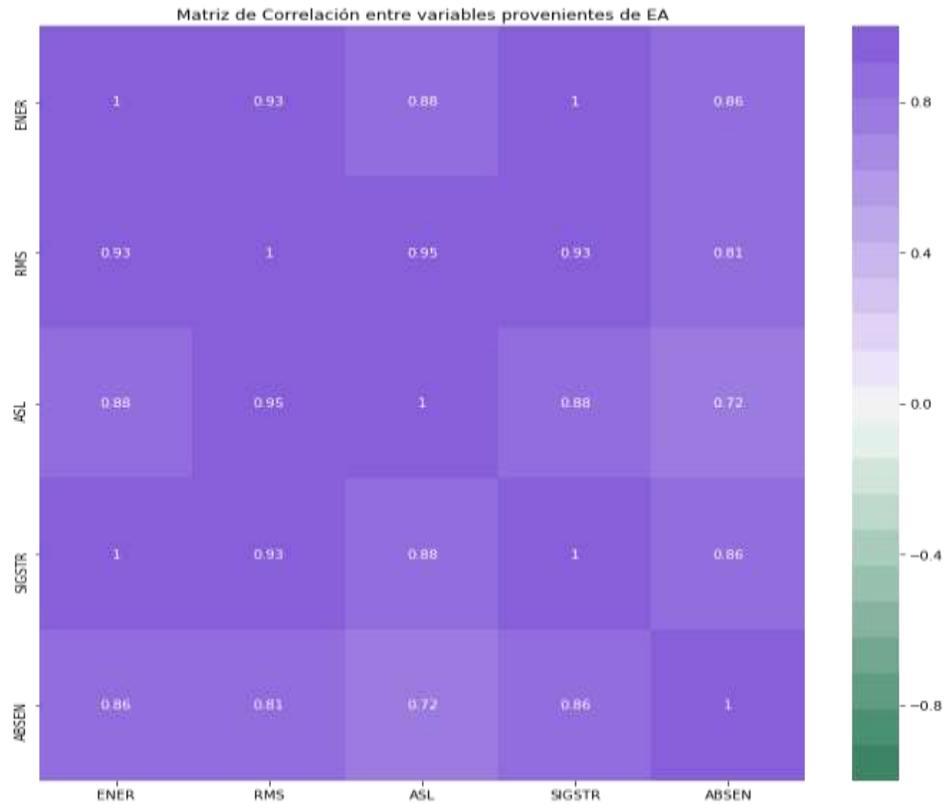


Figura 2: Matriz de correlación de variables entregadas por cada canal.

Por último, también son datos relevantes del problema las vidas totales reales de cada test efectuado, para el test 1, el fin de la vida fue a las 1940 horas y para el test 2, fue 1860 horas.

4.2. Metodología

Para dar solución a la problemática expuesta, se considera un modelamiento de la degradación del componente, tomando en cuenta las variables físicas y calculando en cada instante la eficiencia en la bomba. El cálculo de la eficiencia está dado por la siguiente fórmula:

$$Eficiencia = 1 - (P2 - P1) * Q / (V * I)$$

$$Factor\ de\ eficiencia = (P2 - P1) * Q / (V * I)$$

La degradación será finalmente modelada como una proporción de la evolución del factor de eficiencia en el tiempo, de modo que representa el desgaste que se va dando a lo largo de la vida del componente.

El modelo de degradación es ajustado a partir de los datos agregados de la bomba centrífuga del test 1, tanto físicos como emisiones acústicas, de modo que se pueda representar la degradación en términos de las emisiones, también es interesante notar que, dado el fin de la vida, se puede definir un umbral en el cuál la bomba falló (factor de eficiencia).

La parte en línea está conformada por el preprocesamiento de las emisiones acústicas, aplicación de un modelo de proceso para situar las horas de operación y los valores de emisiones al contexto, el diagnóstico se efectúa evaluando lo anterior con el modelo de degradación, luego a partir de un filtro de partículas, estima la degradación en el tiempo hasta alcanzar el umbral, lo que permite predecir el tiempo de vida del componente y por tanto su vida útil remanente.

Por efectos prácticos, pensando que un resultado de este tipo será utilizado para planificar intervenciones y adelantar decisiones con respecto a la continuidad de la operación del componente, por lo que se decide mantener una agregación que permita discretizar los datos en intervalos de 1 hora, de modo que las variables a utilizar contienen un dato representativo de cada hora. De este modo, la predicción de la vida útil remanente será en horas, intervalo de tiempo bastante aceptable considerando que las planificaciones , en general, se hacen con información mucho menos dirigida.

El esquema de la Figura 3 siguiente muestra un diagrama de bloques de la solución propuesta:

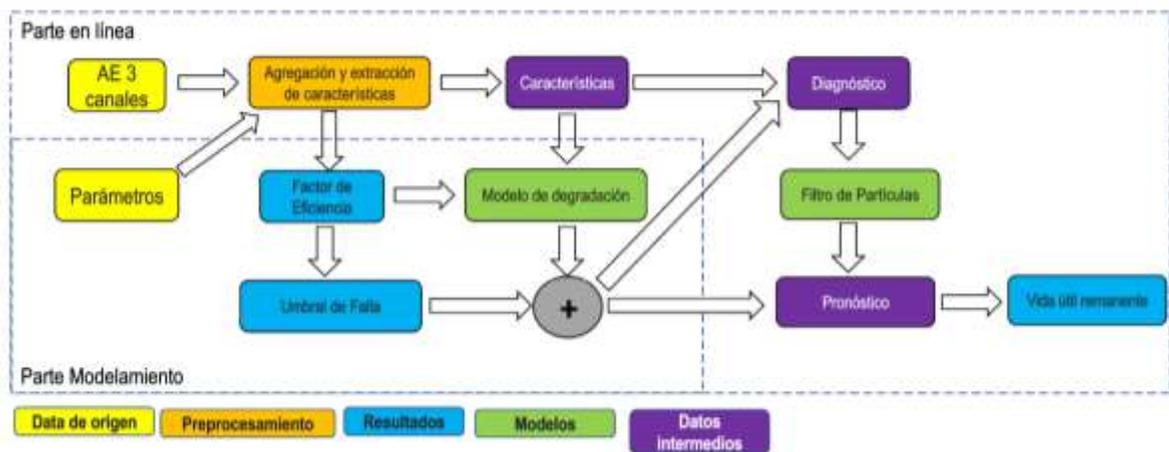


Figura 3: Diagrama de bloques de la solución.

4.2.1. Preprocesamiento

Para el caso de las variables físicas del test 1, el procesamiento de la data se divide en dos partes: construir la variable Eficiencia, basada en el cálculo mediante fórmula en la que se ocupan las variables de presión diferencial, caudal, voltaje y corriente; y la agregación por

hora en el que se toma el promedio horario como valor típico. El diagrama siguiente muestra los pasos que se siguen hasta obtener los valores hora de la eficiencia de la bomba.



Figura 4: Pasos de preprocesamiento de parámetro físicos

El umbral de falla se detecta al tomar el valor de la eficiencia de la bomba al momento de la falla. Según los datos del experimento, la bomba falla en la hora 1940, lo que corresponde a un factor de eficiencia, definido como $1 - \text{Eficiencia}$, igual a 0.2066.

Para el caso de las mediciones indirectas, emisiones acústicas, presentes en ambos experimentos, test 1 y 2, se genera una agregación de 1 hora y luego una combinación de los canales presentes en los datos. La variable utilizada es la medición RMS de cada uno. El diagrama siguiente ilustra los pasos que se siguen para obtener finalmente los datos agregados.



Figura 5: Pasos a seguir para preprocesamiento de datos de emisiones acústicas.

4.2.2. Modelo de degradación

Para definir el modelo de degradación, se busca ajustar las mediciones a partir de emisiones acústicas al estado de salud, dado por la magnitud del factor de eficiencia hora a hora. Para lo anterior se busca una combinación de emisiones acústicas que ajuste de la mejor manera posible, para lo cual se construye una variable a partir de los 3 canales agregados por hora.

La variable se construye sumando hora a hora los tres canales y luego generando una señal de suma acumulada que sirve de variable independiente para ajustar el modelo de degradación.

La figura siguiente ilustra el proceso de creación de la variable independiente.

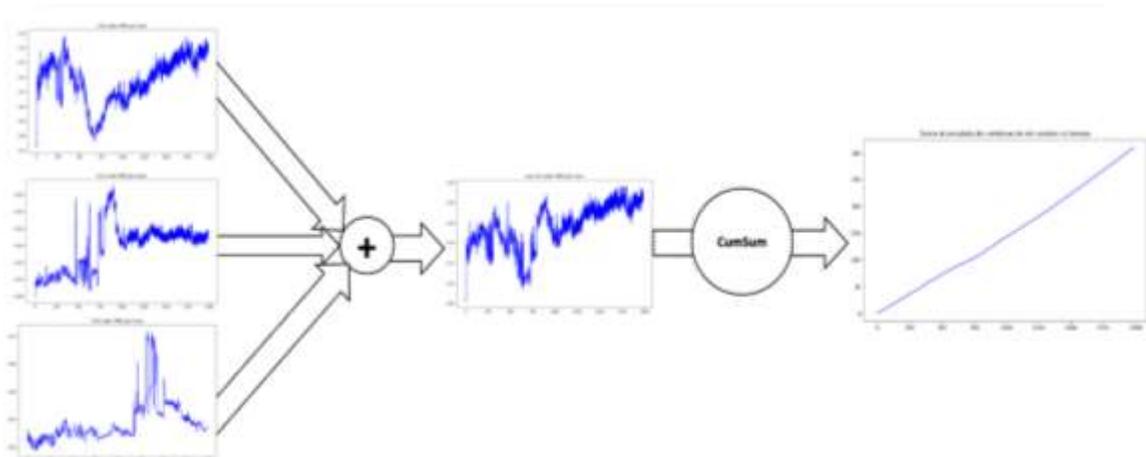


Figura 6: Construcción de variable independiente para modelo de degradación. Luego, se procede a ajustar la variable a los valores del índice de eficiencia, probando algunas alternativas para ajustar una regresión, se obtienen los resultados siguientes:

- Para un Random Forest Regressor, $MSE = 9.43 \times 10^{(-7)}$
- Para una Regresión Ridge, $MSE = 4.02 \times 10^{(-5)}$
- Para una Regresión Lineal, polinomio de grado 3, $MSE = 1.95 \times 10^{(-5)}$

Donde tenemos el error más bajo en el Random Forest y el más alto en la regresión Ridge, luego en la Figura siguiente se muestra el ajuste en cada caso versus las mediciones de factor de eficiencia.

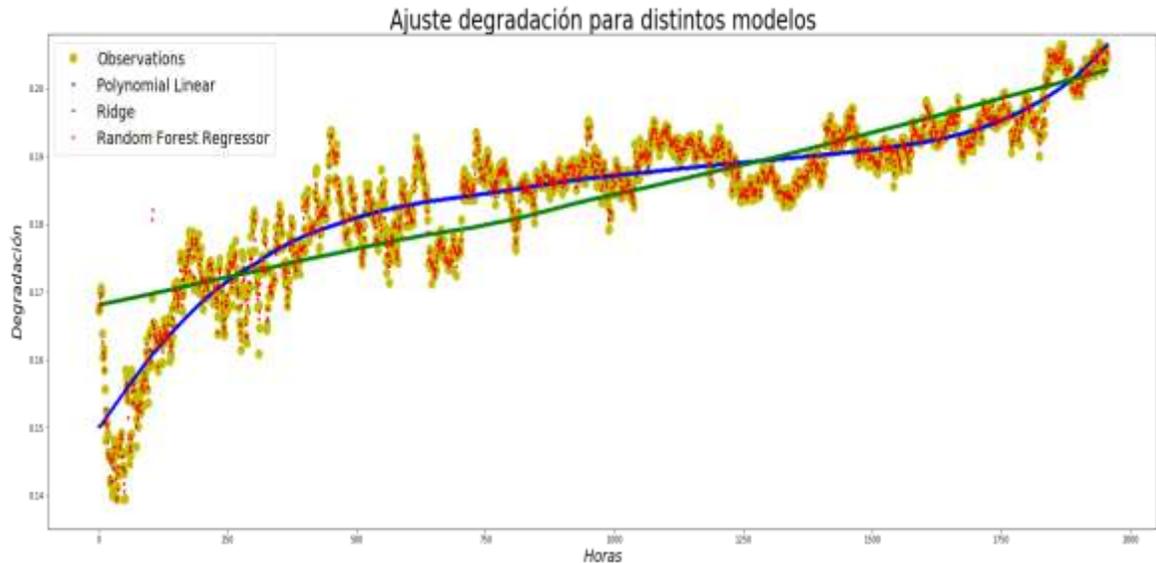


Figura 7: Ajuste de diferentes modelos de degradación

Considerando la métrica MSE y el ajuste que se ve en la Figura anterior, además de la consideración de la medición del factor, con sensores análogos y en ambientes ruidosos, se opta por ocupar el modelo lineal con polinomio de grado 3 (en azul), que muestra una mejor generalización de los datos que el Random forest, el cual podría estar sobreajustado. Finalmente, es el modelo de regresión escogido, de degradación, el que será evaluado para predecir los estados futuros de la bomba.

4.2.3. Filtro de Partículas y estimación de vida útil remanente

Con el modelo de degradación ajustado, si nos situamos en algún instante de la vida de la componente, con la combinación de las emisiones acústicas podemos estimar el daño y diagnosticar el estado de salud de la bomba. Luego, es necesario implementar un algoritmo que permita simular el comportamiento futuro, basado en el modelo de

degradación, para poder predecir el instante, en nuestro caso en horas, en que el término de la vida del componente ocurre.

El filtro de partículas considera un muestreo aleatorio en torno al valor medido actual (en nuestro caso, emisión acústica), la cantidad de muestras (partículas) es un parámetro de diseño, estas partículas son evaluadas en el modelo de degradación, previo paso por un modelo de proceso que mapea la característica de la variable independiente, combinación de emisiones acústicas, al espacio de la combinación de muestras actuales (típicas de la hora en curso) y el tiempo (expresado en horas), lo anterior se ajusta con una regresión lineal con polinomio de orden 2, como muestra la Figura siguiente:

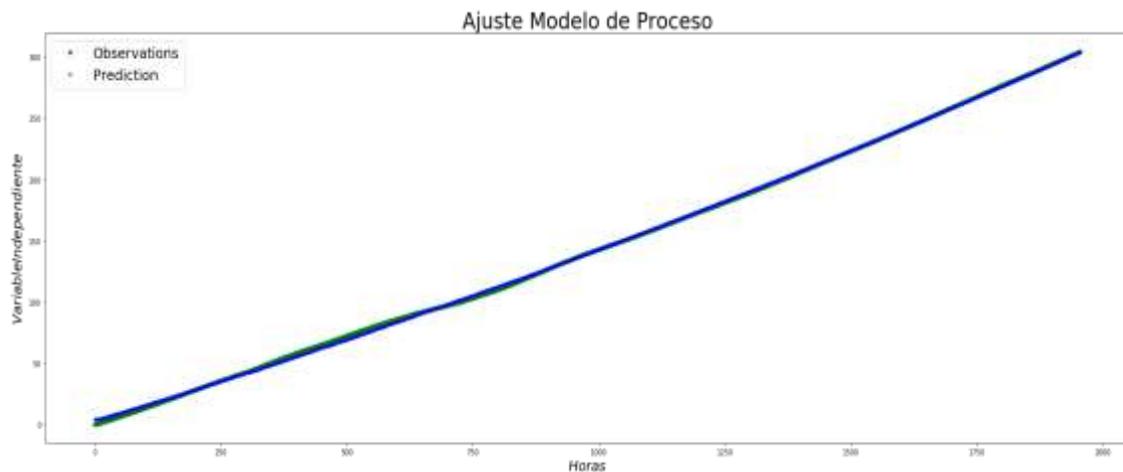


Figura 8: Ajuste modelo de proceso, que mapea mediciones y tiempo en la variable independiente del modelo de degradación.

Habiendo mapeado las partículas, se procede al paso de actualización que consiste en evaluar las partículas en el modelo de degradación, a cada partícula se le asigna un peso que, en un principio, es igual.

El segundo paso consiste en actualizar los pesos de cada partícula, para lo que se centra una distribución (normal en nuestro caso) en la media de los valores actuales y con una varianza dada, lo que provoca que la probabilidad más alta tienda a la media de los valores calculados en el paso anterior, luego se genera una suma ponderada de los puntos para formar la salida en el instante actual (estimación del valor de la degradación en un instante futuro).

Un tercer paso tiene que ver con generar un re-muestreo para pasar al siguiente instante, el que actualiza las partículas iniciales para la iteración siguiente.

Finalmente, el filtro operará hasta que la simulación alcance el umbral, momento en el que se encuentra el valor del fin de vida (EoL: End of Life en inglés), y con el cual posteriormente se estima la vida útil remanente.

Normalmente se generan varias simulaciones y se toman valores de centro para la toma de decisiones, lo que será ejecutado en la sección siguiente.

La Figura 9, muestra una simulación, partiendo en la hora 100 de vida, con 5000 partículas, obteniendo un resultado de fin de vida de 1946 horas y una vida remanente de 1846 horas.

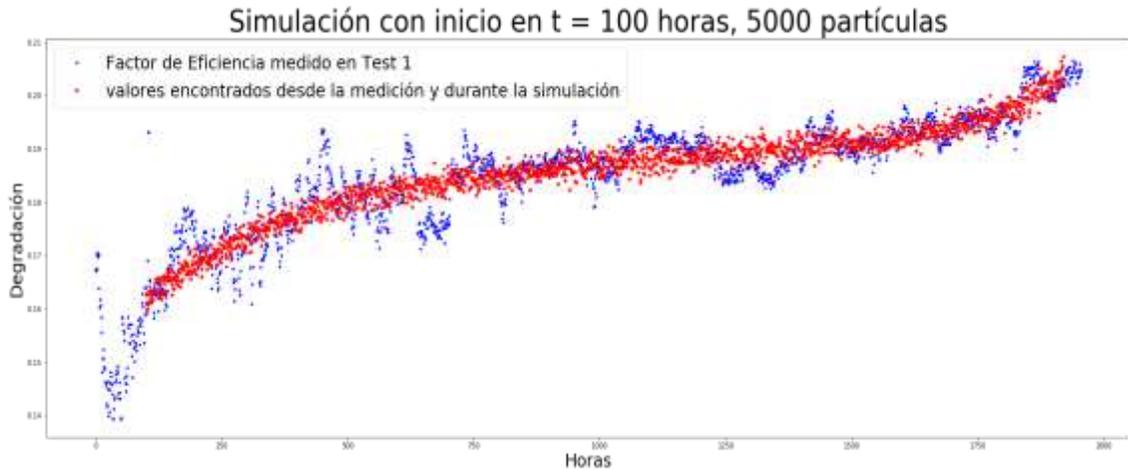


Figura 9: Simulación partiendo de $t = 100$.

5. Resultados

En esta sección, se consideran los datos del test 2 para evaluar el modelo construido considerando variación de partículas, que servirá para escoger el mejor número para este parámetro. Luego se estudia el error porcentual en el que incurre el modelo al estimar el fin de la vida para distintos tiempos de operación.

Para definir la cantidad de partículas se prueba con 50, 500 y 5000 partículas y 20 simulaciones para cada caso. Los resultados se notan en la Figura 10 siguiente que muestra la evolución de las simulaciones en el tiempo, comenzando en la hora 1 y un histograma con los resultados de las simulaciones en cada caso.

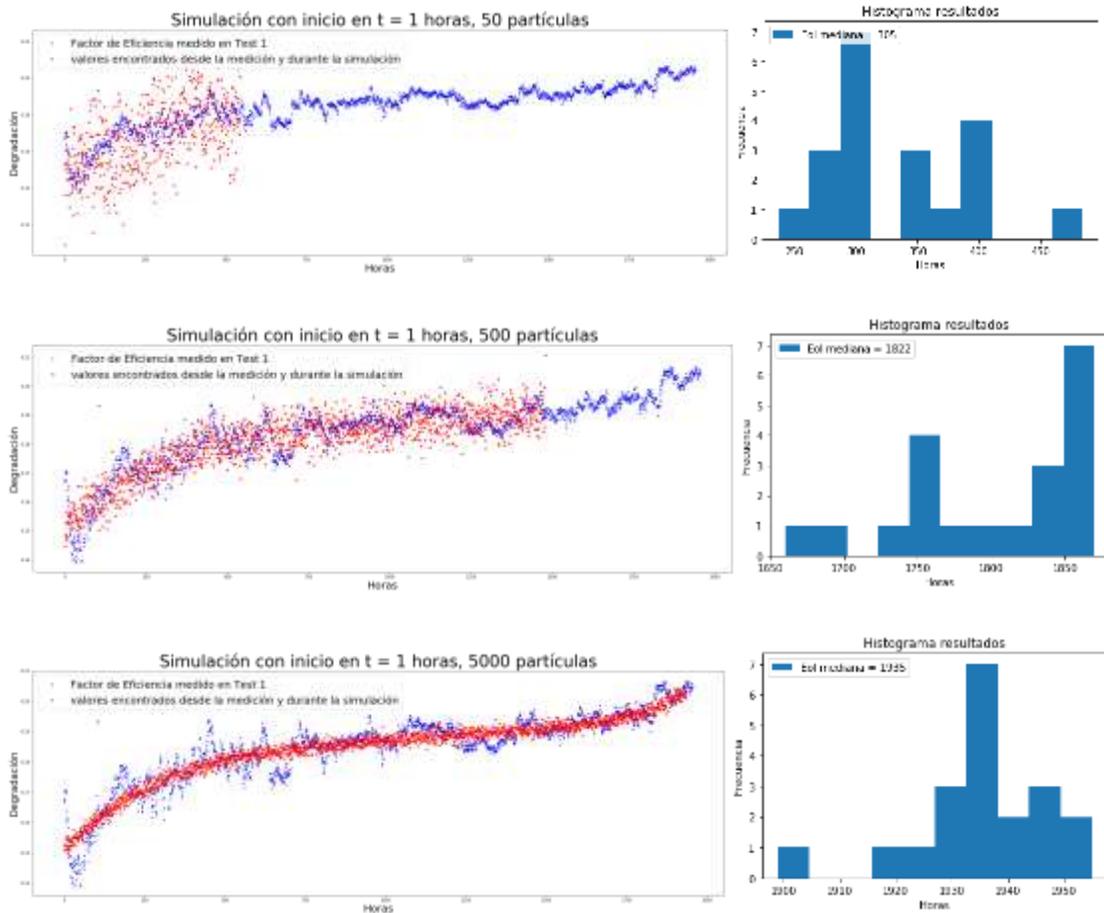


Figura 10: Variación de la cantidad de partículas y su efecto en la convergencia del fin de vida.

Se nota que, al aumentar la cantidad de partículas, se mejora la convergencia en el valor del fin de vida alcanzado, por lo que para efectos de evaluación del modelo se opta por fijar en 5000 las partículas.

Luego, tomando el modelo con 5000 partículas, y con el fin de evaluar el desempeño del modelo, nos posicionamos en un tiempo $t = 750$ horas, que corresponderían a sus horas

de operación al instante y generamos 100 simulaciones, con el fin de calcular el fin de la vida y vida útil remanente, los resultados obtenidos son los mostrados a continuación:

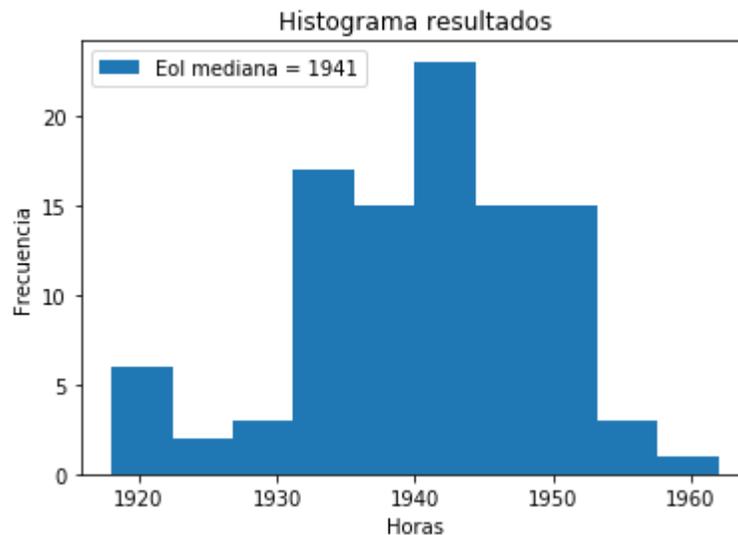


Figura11: distribución de EoL encontradas durante 100 simulaciones, con mediana en 1941 horas.

Tomando la mediana de las EoL encontradas, menos el instante de inicio de la simulación $t = 750$ horas, encontramos la vida útil remanente para esta simulación, correspondiente a 1191 horas.

Considerando que la EoL real es de 1860 horas, para esta simulación tenemos un error de: $\text{Error} = 1941 - 1860 = 81$ horas $\rightarrow 4.35\%$, y 3.375 días. Lo que, en términos de la planificación de una acción de reemplazo o mantenimiento, es bastante aceptable.

6. Conclusiones

En relación al objetivo principal, se logró implementar un modelo que permita diagnosticar y predecir la vida útil remanente de la componente bomba centrífuga bajo la configuración estudiada. Los resultados son bastante aceptables pensando en una acción a ejecutar para el indicador obtenido.

Dado lo anterior, aunque tiene una complejidad computacional bastante alta, el Filtro de Partículas constituye una herramienta notable a la hora de simular trayectorias posibles en distintas aplicaciones, siendo la aplicación de este trabajo una de las más destacadas.

El error encontrado al evaluar la segunda bomba (test 2), puede explicarse en un sobreajuste de la primera (test 1) que, naturalmente, sigue la curva característica del sistema del test 1, si comparamos el resultado de la sección anterior $EoL = 1941$ horas versus la EoL real en el test 1 = 1940 horas, el error es mínimo. Una manera de subsanar esto, es tener más datos que permitan incorporar la variabilidad de los distintos componentes en el modelo.

En un futuro se espera profundizar en modelos como este con datos de distinta naturaleza y con historiales de funcionamiento que contengan más casos, a fin de evaluar estas técnicas en casos un poco más reales y que puedan ser utilizados en una aplicación industrial.

Bibliografía

- [1] Si, X.-S., Wang, W., Hu, C.-H., & Zhou, D.-H. (2011). Remaining useful life estimation – A review on the statistical data driven approaches. *European Journal of Operational Research*, 213(1), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.11.018>
- [2] Orchard, M. E., & Vachtsevanos, G. J. (2009). A particle-filtering approach for on-line fault diagnosis and failure prognosis. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 31(3–4), 221–246. <https://doi.org/10.1177/0142331208092026>
- [3] Daigle, M. J., & Goebel, K. (2013). Model-Based Prognostics With Concurrent Damage Progression Processes. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 43(3), 535–546. <https://doi.org/10.1109/tsmca.2012.2207109>
- [4] Rabiei, E., Droguett, E. L., & Modarres, M. (2016). A prognostics approach based on the evolution of damage precursors using dynamic Bayesian networks. *Advances in Mechanical Engineering*, 8(9), 168781401666674. <https://doi.org/10.1177/1687814016666747>
- [5] Saha, B., Goebel, K., & Christophersen, J. (2009). Comparison of prognostic algorithms for estimating remaining useful life of batteries. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 31(3–4), 293–308. <https://doi.org/10.1177/0142331208092030>
- [6] Jianhui Luo, Pattipati, K. R., Liu Qiao, & Chigusa, S. (2008). Model-Based Prognostic Techniques Applied to a Suspension System. *IEEE Transactions on Systems, Man, and*

Cybernetics - Part A: Systems and Humans, 38(5), 1156–1168.

<https://doi.org/10.1109/tsmca.2008.2001055>

[7] An, D., Choi, J.-H., & Kim, N. H. (2013). Prognostics 101: A tutorial for particle filter-based prognostics algorithm using Matlab. *Reliability Engineering & System Safety*, 115, 161–169. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2013.02.019>

[8] R. (2020). *rlabbe/Kalman-and-Bayesian-Filters-in-Python*. GitHub.

<https://github.com/rlabbe/Kalman-and-Bayesian-Filters-in-Python>

[9] Gustafsson, F. (2010). Particle filter theory and practice with positioning applications.

IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 25(7), 53–82.

<https://doi.org/10.1109/maes.2010.5546308>

[10] *sklearn.linear_model.Ridge* — *scikit-learn 0.23.2 documentation*. (2007).

<https://Scikit-Learn.Org>.

https://scikitlearn.org/stable/modules/generated/sklearn.linear_model.Ridge.html

[11] *Random sampling (numpy.random)* — *NumPy v1.15 Manual*. (2008).

<https://docs.scipy.org>.

<https://docs.scipy.org/doc/numpy->

[1.15.0/reference/routines.random.html](https://docs.scipy.org/doc/numpy-1.15.0/reference/routines.random.html)

[12] *scipy.stats.norm* — *SciPy v1.5.4 Reference Guide*. (2008). <https://docs.scipy.org>.

<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.norm.html>