



**Diversificación de las Estrategias de Aprendizaje: Implementación de la ruta COPISI como metodología activa que promueve la habilidad de resolución de problemas**

POR: CAROLINA CORREA ORCHARD

**Seminario de Grado presentado a la Facultad de Educación de la Universidad del Desarrollo para optar al grado académico de Magíster en Innovación Curricular y Evaluación Educativa.**

PROFESOR GUÍA

Paulina Cáceres

Junio, 2025

SANTIAGO

© Se autoriza la reproducción de esta obra en modalidad de acceso abierto para fines académicos o de investigación, siempre que se incluya la referenciación de la obra.



## **AGRADECIMIENTO**

Quisiera expresar mi más profundo agradecimiento a la Fundación Konrad Adenauer (KAS), por haber confiado en mi proyecto profesional y haberme otorgado el respaldo necesario para cursar el Magíster en Innovación Curricular y Evaluación Educativa. Gracias a su apoyo, no solo fue posible mi perfeccionamiento académico, sino también el fortalecimiento de mi vocación de servicio y compromiso con la mejora continua de la educación en nuestro país.

Desde mis primeros pasos como docente, he creído firmemente en el poder transformador de la educación y en el rol del profesor como agente de cambio. Esta convicción se ha visto reforzada y enriquecida a lo largo de este proceso formativo, permitiéndome desarrollar nuevas herramientas para incidir en políticas educativas más justas, innovadoras y orientadas al bien común.

El impulso que me brindaron representa una señal de confianza hacia quienes creemos que la educación de calidad es la base para construir una sociedad más libre, solidaria y democrática.

A la Fundación, a su equipo humano y a todas las personas que hacen posible su misión, les reitero mi sincero agradecimiento. Este trabajo y todo lo aprendido en el camino son también fruto de su visión y compromiso con el desarrollo de líderes comprometidos con el bien público.

## ÍNDICE

RESUMEN.....	8
INTRODUCCIÓN .....	9
CAPÍTULO 1: PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA .....	111
1.1. CONTEXTO ESPECÍFICO .....	111
1.2. PLANTEAMIENTO Y RELEVANCIA DEL PROBLEMA INVESTIGADO .....	133
1.3 ANTECEDENTES DEL PROBLEMA .....	144
1.4. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN .....	166
1.5. OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN.....	166
CAPÍTULO 2: MARCO CONCEPTUAL.....	177
CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA.....	26
3.1 DISEÑO METODOLÓGICO .....	26
3.1.1. Fundamentación metodológica .....	26
3.1.2. Participantes.....	28
3.1.3. Consideraciones éticas .....	29
3.1.4. Fases de la investigación-acción .....	30
3.2 RECOLECCIÓN DE DATOS .....	31
3.2.1. Descripción de las estrategias e instrumentos de recolección de datos .....	31
3.2.2 Procedimientos de análisis de datos.....	33
CAPÍTULO 4: DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN-ACCIÓN .....	36
4.1. DIAGNÓSTICO .....	36
4.2 PLANIFICACIÓN .....	39
4.3 IMPLEMENTACIÓN .....	41
4.4. EVALUACIÓN .....	43
CAPÍTULO 5: RESULTADOS, DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES .....	47
5.1. DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	47

5.2 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES ..... 51  
REFERENCIAS ..... 54  
ANEXOS ..... 60

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

COPISI: Concreto – Pictórico – Simbólico

ARPA : Activando Resolución de Problemas en el Aula

## RESUMEN

La presente investigación examina la diversificación de estrategias de aprendizaje en matemáticas a través de la implementación de la metodología COPISI en estudiantes de cuarto básico. Se identificó que la enseñanza tradicional, centrada en procedimientos mecánicos, limita la consolidación de conocimientos y obstaculiza el desarrollo del pensamiento matemático, afectando el desempeño académico.

El objetivo principal consiste en evaluar la contribución de la ruta COPISI para consolidar los aprendizajes y potenciar la habilidad de resolución de problemas. Se adoptó un diseño de investigación-acción que incluyó la observación sistemática de clases, entrevistas semiestructuradas a docentes y el análisis de las estrategias de resolución utilizadas por los estudiantes.

Los resultados indican que la aplicación de la metodología propició mejoras significativas en la comprensión conceptual y en la autonomía de los estudiantes, facilitando la transición de representaciones concretas a simbólicas. No obstante, se detectó cierta resistencia por parte de algunos docentes para modificar prácticas tradicionales, lo cual subraya la necesidad de procesos formativos complementarios.

La metodología COPISI se configura como una herramienta eficaz para promover un aprendizaje significativo y favorecer el desarrollo del pensamiento abstracto en matemáticas. Se recomienda la extensión de esta estrategia a otros niveles educativos y su institucionalización en el currículo, acompañada de programas de formación docente que aseguren una implementación adecuada.



## INTRODUCCIÓN

La Investigación - Acción surge a partir de un diagnóstico realizado en cuarto básico de un colegio particular pagado del sector oriente de la capital donde se evidencia la resolución de ejercicios matemáticos mecánicamente que afecta el correcto desarrollo de la habilidad de resolución de problemas. El establecimiento trabaja metodologías activas que buscan promover cambios en la manera de aprender, reconociendo la metodología COPISI para fomentar la consolidación de aprendizajes en los niveles superiores de enseñanza básica.

Estas estrategias impactan en la adquisición de la habilidad de resolución de problemas. Se apunta a metodologías activas y manipulativas donde los estudiantes son capaces de construir su propio conocimiento a través de la diversidad de modelos (Revelo & Yáñez, 2023) que se explicitan por parte de la institución y así, configurar un plan pedagógico que va más allá de la planificación de clases, con énfasis en la ejecución de actividades dentro del aula, que logra mejores resultados en las pruebas estandarizadas del nivel.

Se pretende mostrar que los alumnos al experimentar concretamente pueden deducir ciertos conceptos y a partir de ellos realizar generalizaciones caracterizadas en modelos, dibujos y esquematizaciones, que finalmente se relacionan para llegar a un nivel de abstracción que les permite una mayor capacidad de análisis y solucionar nuevas situaciones que se les presentan (Zapatera, 2020). Además de conseguir la correcta resolución, los estudiantes argumentan y explican por qué escogen la ruta utilizada, generando una diversificación de métodos para aprender, dándole autoría de resolución dependiendo de sus necesidades e intereses.

Con lo anterior, se promueve actividades que apuntan hacia la resolución de problemas y la consolidación de los objetivos de aprendizaje propuestos, forjando la ruta que se indica desde las bases curriculares (Mineduc, 2023), experimentando desde lo más concreto hasta el pensamiento matemático abstracto.

Al establecer un camino específico de resolución, se espera que los niños pueden resolver problemas en distintos niveles de abstracción, transitando desde lo concreto a lo pictórico y hasta lo simbólico lo que permite que desarrollen imágenes mentales a través de la manipulación y representación gráfica y con el tiempo prescindir de ellas para sólo operar con símbolos. (Mineduc, 2023)

La ruta COPISI de esta intervención establece esta progresión de desarrollo cognitivo que se propone. En el nivel concreto, indagan descubren y aplican conceptos matemáticos que facilitan la resolución de problemas; en el nivel pictórico, dibujan e interpretan la información utilizando modelos gráficos para la representación y en el nivel abstracto, desarrollan los problemas utilizando signos y algoritmos aprendidos que traducen toda la experiencia antes mencionada (Alsina, 2017).

Se presenta el análisis del plan de intervención al implementar la propuesta curricular de ruta de aprendizaje (COPISI) dentro de las planificaciones de matemática de cuarto básico mediante la socialización de los resultados del diagnóstico, el modelamiento de la metodología a los profesores que realizan clases en el nivel y la aplicación específica de la ruta en las clases de matemática en objetivos de aprendizajes determinados.

## **CAPÍTULO 1: PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA**

La presente investigación aborda una problemática recurrente en la enseñanza de la matemática: la predominancia de metodologías centradas en procedimientos mecánicos que dificultan la consolidación de los aprendizajes, afectando la capacidad de aplicar los conocimientos de manera crítica y autónoma en niveles superiores. Esto genera la necesidad de encontrar estrategias efectivas que permitan la diversificación de la enseñanza, con un enfoque activo e inclusivo.

### **1.1. CONTEXTO ESPECÍFICO**

El establecimiento educacional donde se insertó la investigación es de dependencia particular pagada y se encuentra ubicado en la comuna de Las Condes en Santiago de Chile. Acoge a 447 estudiantes, de prekínder a cuarto medio y sustenta su tarea educativa en cuatro pilares fundamentales para la formación integral de los estudiantes del siglo XXI: aprender a ser, aprender a convivir, aprender a conocer y aprender a hacer, con un proyecto educativo que se orienta hacia una educación laica, humanista y mixta, cuya función principal es formar sujetos integrales, sin discriminar y enfatizando la formación ética de toda la comunidad.

Considera la inclusión como parte esencial de la actividad educativa, apuntando al desarrollo de competencias de la diversidad de estudiantes que lo integran. Para esto, compromete a los diferentes tipos de familias en los aspectos formativos de sus hijos con un rol predominante en la enseñanza desde la afectividad. Además, cuenta con un equipo profesional que se pone al servicio de la formación, el crecimiento valórico y los aspectos psico-emocionales de los alumnos.

La visión del colegio es *“ser reconocidos como una comunidad educativa con un gran sello en lo humano, basado en el desarrollo de competencias en un ambiente de contención e inclusión y con un buen dominio del idioma inglés”*.

La misión del colegio es *“satisfacer los requerimientos académicos y actitudinales de los estudiantes mediante una educación basada en el desarrollo de habilidades, destrezas, actitudes y valores, que permitan vincularse activamente en la sociedad como individuos integrales”*. (Proyecto Educativo Institucional, 2024)

La institución cuenta con laboratorios de ciencias, biblioteca, salas multiuso, además de las canchas deportivas y el convenio con el Estadio San Jorge para otras actividades deportivas.

La planta docente está compuesta por 47 docentes, 5 paradocentes, 6 auxiliares y personal administrativo. El equipo directivo, liderado por el rector, está formado por la directora del ciclo inicial, directora del ciclo básico, director del ciclo medio y orientador. La horizontalidad se destaca dentro de la organización del colegio al conformarse por cada área Juntas Pedagógicas. Ellas se reúnen semanalmente para dar cumplimiento de las metas del plan de mejoramiento que, en matemática, han incluido metodologías activas para fomentar la resolución de problemas como es la Metodología ARPA.

Los cursos donde se desarrolló la investigación fueron ambos cuartos básicos, de 16 alumnos (7 mujeres y 9 hombres) y 14 alumnos (8 mujeres y 6 hombres). Cabe destacar que, 3 estudiantes se encontraban dentro del espectro autista, 4 estudiantes tenían diagnóstico de TDAH y 5 estudiantes presentaron certificados médicos con patologías asociadas a la salud mental o situaciones familiares por lo que debieron ser incluidos dentro de la nómina de estudiantes con Adecuaciones Curriculares.

## **1.2. PLANTEAMIENTO Y RELEVANCIA DEL PROBLEMA INVESTIGADO**

En cuarto básico, se observa con frecuencia que las actividades de la asignatura de Matemática están centradas principalmente en la repetición de procedimientos mecánicos, sin un enfoque que favorezca el desarrollo del pensamiento matemático ni una comprensión profunda de los conceptos involucrados. Esto impacta en la capacidad de los estudiantes para enfrentar la resolución de problemas de manera significativa y autónoma.

Las estrategias de enseñanza utilizadas en este nivel suelen privilegiar métodos algorítmicos y rutinas operativas, sin considerar adecuadamente el "por qué" y el "cómo" de los procesos matemáticos. Esto se traduce en una comprensión superficial de los contenidos, lo cual se manifiesta en niveles superiores con una escasa o nula consolidación de los aprendizajes fundamentales. Como consecuencia, los estudiantes presentan dificultades para transferir lo aprendido a nuevas situaciones o contextos más complejos.

Si bien se han incorporado metodologías activas, como la metodología ARPA, estas no siempre se implementan con la profundidad ni la continuidad necesarias para garantizar el logro de los Objetivos de Aprendizaje establecidos en el currículum. La falta de integración entre estas metodologías y una enseñanza centrada en la comprensión limita la adquisición de competencias matemáticas clave, tales como el razonamiento lógico, la comunicación matemática, y la capacidad de modelar y representar situaciones del entorno.

Es fundamental avanzar hacia prácticas pedagógicas que promuevan un aprendizaje significativo, contextualizado y participativo, donde el estudiante sea protagonista de su proceso de construcción del conocimiento matemático. Solo así se podrá lograr una formación sólida y duradera en esta área del saber.

### 1.3 ANTECEDENTES DEL PROBLEMA

El propósito formativo de la educación matemática es enriquecer la comprensión de la realidad, facilitar la selección de estrategias para resolver problemas y contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo de los estudiantes (Mineduc, 2023) sin importar cuáles sean sus características y experiencias de vida. En este sentido, se le da importancia a presentar rutas y metodologías de aprendizaje que apunten a diversificar y potenciar la adquisición del conocimiento del área como base las planificaciones de los docentes.

En este contexto, la enseñanza de la matemática se presenta de forma mecánica, como un método que se centra en la ejecución de procedimientos que ha tenido un resultado positivo hacia la mejora en la operatoria (Chintya & Efendi, 2021) y que en comparación con métodos más interactivos como el "Make A Match", puede resultar menos efectiva en términos de motivación y participación activa de los estudiantes. (Fajarianto, Tresnawati, Wulandari, & Ahmad, 2022).

Los profesores prefieren y aplican métodos expositivos en sus clases, ya que estos se alinean con sus concepciones tradicionales de enseñanza. Sin embargo, existe una tendencia hacia la incorporación de modelos y estrategias más interactivos y constructivistas, aunque la implementación de estos puede ser limitada por la falta de recursos o formación. (Moreno-Armella, 1996)

Para que se logre la comprensión y consolidación del aprendizaje, es crucial integrar métodos expositivos con enfoques más participativos que fomenten el pensamiento crítico y la resolución de problemas. Esto puede incluir la combinación de enseñanza expositiva con actividades de aprendizaje cooperativo y descubrimiento. (Fidele, Kizito, Mukuka, & Jean, 2019)

Las metodologías activas permiten que los estudiantes se involucren de manera más directa en su proceso de aprendizaje porque se promueve su motivación, la retención de la información y el desarrollo de habilidades superiores. Se enfatizan las cualidades constructivistas en el procesamiento del conocimiento y con ello se logra desarrollar y aplicar el conocimiento para resolver problemas, así como para generar nuevos conocimientos mediante procesos cognitivos. (Konopka, Adaime, & Mosele, 2015).

Los estudiantes apuntan hacia un pensamiento de alto nivel en la medida que los docentes seleccionen e implementen tareas que estimulen su razonamiento y la resolución de problemas por sobre la mera operación. Esto supone la utilización de varios tipos de representaciones y estrategias. (National Council of Teachers of Mathematics, 2015)

Estudiar matemática se integra a una realidad compleja y se sustenta como el fundamento para profesiones u oficios y requiere para ello, usar estrategias que permitan el desarrollo de la comprensión del entorno. De esta forma, se debe partir por una enseñanza que considere hechos y situaciones que faciliten la toma de decisión para resolver problemas matemáticos en la vida diaria. Así, se hace necesario planificar estrategias didácticas que tomen al estudiante como centro del saber y al profesor como mediador, permitiendo un aprendizaje multidisciplinar, eficiente y significativo. (Godoy & Vilorio, 2010)

#### **1.4. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN**

¿Cómo contribuye la implementación del método COPISI a la consolidación de los aprendizajes y al fortalecimiento de la habilidad de resolución de problemas?

#### **1.5. OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN**

##### **OBJETIVO GENERAL**

Evaluar la contribución de la ruta COPISI como metodología activa para la consolidación de aprendizajes y el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas orientada a diversificar la enseñanza y fortalecer las competencias matemáticas en estudiantes de cuarto básico.

##### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Identificar el nivel de implementación de la ruta COPISI y las estrategias que utilizan para resolver problemas

Diseñar una propuesta curricular que considere la ruta COPISI para potenciar la consolidación de los aprendizajes

Implementar la metodología COPISI para diversificar la enseñanza de las ecuaciones para consolidar las competencias matemáticas

Analizar la contribución de la ruta COPISI para la consolidación de los aprendizajes y el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas



## **CAPÍTULO 2: MARCO CONCEPTUAL**

### **Enfoques Tradicionales y Desafíos del Currículum Nacional**

En educación se ha normalizado un contenido curricular racionalista, apegado a la ciencia, que lleva a desarrollar un pensamiento empírico – descriptivo, donde el discurso expositivo del profesor, bajo la acción de repetir y memorizar y la acción del estudiante se limita a fijar y repetir, conformando una personalidad pasiva y dependiente (Carmona, 2020), podemos ver que el currículum nacional busca que los estudiantes desarrollen el razonamiento lógico y pensamiento matemático, la resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento crítico.

Para lograr lo que se define ministerialmente, se espera que los estudiantes trabajen colaborativamente en modelos y fenómenos matemáticos que se contextualicen a sus necesidades y puedan articularse con otras asignaturas para su comprensión. (Mineduc, 2023), dejando de ser una mera transmisión de técnicas de resolución.

La experiencia en aula muestra un aprendizaje tradicional que promueve la memorización de reglas que se aplican a situaciones determinadas se contraponen a una metodología basada en la comprensión relacional que construye conceptos para dar respuesta a situaciones de distinta naturaleza que se plantean en el diario vivir. (Zapatera, 2020) Por eso, seguir la línea de poder acercar la enseñanza a la diversidad que se tiene en un curso determinado juega un papel crucial para obtener comprensión de la realidad y adquisición de habilidades que les permitan a los alumnos aplicarlas en todo ámbito, no sólo como mero conocimiento matemático.

Lo esperable es que la comunidad escolar logre un modelo pedagógico que favorezca la comprensión y no la mera repetición y mecanización de algoritmos, definiciones y fórmulas, planificando cuidadosamente situaciones de aprendizaje donde los estudiantes puedan demostrar esta comprensión a través de una variedad de materiales concretos, la visualización de imágenes y representaciones pictóricas para avanzar hacia un pensamiento abstracto (Mineduc, 2023)

Actualmente, uno de los grandes problemas en la mayoría de los colegios es que a los alumnos se les enseña a resolver una diversidad de problemas de forma mecánica, sin llegar a la comprensión de lo que están haciendo, generando en ellos desmotivación y desinterés por la asignatura. Además, los resultados en evaluaciones de progreso del área y hasta estandarizadas a nivel nacional, no muestran avances reales en términos de logro o adquisición de una mayor comprensión en la resolución de problemas. Se evidencian metodologías de escasas habilidades activas y reales que generan aprendizajes poco significativos y descontextualizados. (Revelo & Yáñez, 2023)

### **Metodologías Activas y Rol Docente**

Surge la idea de salir de metodologías pasivas donde el maestro aplica una enseñanza magistral que no logra que el estudiante aprenda, puesto que el aprendizaje es una construcción donde el que “aprenda hace”. En el ámbito matemático, se evidencia que se está fallado como profesor del área, ya que se trabajan aprendizajes aislados, sin experiencias significativas ni con un significado para la comunidad, dejando de lado la opción de experimentar en su aprendizaje para lograr a la concreción de él. Por esto, es conveniente apuntar hacia una metodología activa y manipulativa, donde sean los alumnos quienes

construyan el conocimiento a través de la diversidad de modelos que se les presentan en la sala de clases. (Revelo & Yáñez, 2023)

El profesor, como mediador del proceso, debe promover que los estudiantes le den un sentido a los contenidos de la asignatura, construyendo su propio significado, para llegar a una comprensión profunda que apunta a la adquisición del pensamiento crítico, la resolución de problemas y la argumentación matemática. (Alcántara, 2022)

En este sentido, los alumnos se cuestionan por qué se debe aprender un determinado contenido de la forma en que se presenta si no le ven un sentido directo o una aplicación para la vida real. La falta de interés, deserción por la matemática y la fobia escolar son problemas recurrentes cuando se adiciona el componente de que la calificación no es la deseada. Nace así la necesidad de metodologías que hagan participar activamente a los estudiantes, dándoles protagonismo y el docente asume el rol de facilitador, creando las condiciones propicias para que el alumno aprenda de sí mismo (Alcántara, 2022).

La concepción de que la enseñanza de las matemáticas se sustenta en las construcciones que se dan a partir de interacciones del sujeto con el medio, no es suficiente y resulta relevante identificar condiciones, estrategias y metodologías que movilicen los conocimientos de los estudiantes, los cuales se pueden ver revisados, redefinidos y modificados, configurando el rol del docente como quien busca dentro de su saber qué es lo más pertinente y propone experiencias diversas para que los alumnos produzcan aprendizajes con las herramientas de conocimiento que ya poseen. De este modo, se apunta a la búsqueda de condiciones que faciliten que surjan los conocimientos matemáticos necesarios que permitan que los alumnos puedan resolver problemas y se favorezca un aprendizaje significativo. (Panizza, 2003)

Este proceso permite que la matemática sea accesible para todos, puesto que en la medida que las experiencias de aprendizaje sean variadas, pasen desde lo concreto hasta lo simbólico, existirán mayores posibilidades de que cada estudiante sea partícipe de la realización de procesos que lo llevarán hasta la abstracción (Carmona-González, 2020) y sean aplicables al diario vivir.

### **Metodología COPISI: Concreto – Pictórico – Simbólico**

El material concreto potencia el conocimiento intuitivo que poseen los estudiantes dentro de su experiencia manipulativa, adquiriendo experiencias duraderas y significativas para pasar de lo tangible a lo abstracto. El trabajar por ejemplo con bloques, fichas o cubos conectables, potencian la adquisición del conteo, numeración y operatoria dentro de los primeros años de enseñanza básica.

Desde el constructivismo, el uso del material concreto favorece el desarrollo afectivo, cognitivo y motriz de los alumnos (Posso et al., 2022). La construcción del conocimiento lógico matemático se orienta y estimula a través de la utilización de materiales manipulables y su representación gráfica, facilitando la representación mental para la resolución de problemas. Las representaciones visuales adquieren vital importancia al ayudar a los estudiantes a mejorar la comprensión de los conceptos y procedimientos, dando sentido al problema planteado. Con ello, surge la importancia de considerar una ruta pedagógica desde lo concreto o manipulativo, pasando por lo pictórico o representación gráfica para llegar a la fase abstracta o simbólica. (Revelo & Yáñez, 2023)

Bajo esta idea es que los niños no sólo deben tener unos procesos matemáticos expositivos dentro de la sala de clases, sino que debe existir una

articulación entre ellos, los contenidos y los diferentes niveles de complejidad, teniendo como consecuencia una motivación especial a la aplicación de la matemática. (Solar, García, Rojas & Coronado, 2014)

Los modos de representación enactivo, icónico y simbólico de Bruner, han derivado a un enfoque dentro de un currículum en espiral, además de la utilización de materiales manipulativos, como los bloques lógicos de Dienes, generando una variabilidad matemática y perceptual que apunta a una comprensión relacional, propuesta por Skemp. (Zapatera, 2020)

De esta manera, los niños pueden solucionar problemas en distintos niveles de abstracción, transitando desde lo concreto a lo pictórico y hasta lo simbólico que permite que los estudiantes desarrollen imágenes mentales a través de la manipulación y representación gráfica y con el tiempo gradualmente prescindir de ellas para sólo operar con símbolos. (Mineduc, 2023) Se espera que sin presión los alumnos sean capaces de ir desprendiéndose de la utilización del material concreto hasta sólo llegar a la comprensión de fórmulas y algoritmos necesarios para resolver, sin que el volver a visualizar un determinado ejercicio de forma concreta o pictórica, sea un retroceso de su aprendizaje.

La ruta COPISI (Concreto – Pictórico – Simbólico) concretó esta progresión de desarrollo cognitivo que propone Bruner. En el nivel concreto, indagan descubren y aplican conceptos matemáticos que facilitan la resolución de problemas; en el nivel pictórico, dibujan e interpretan la información utilizando modelos gráficos para la representación y en el nivel abstracto, desarrollan los problemas utilizando signos y algoritmos aprendidos que traducen toda la experiencia antes mencionada. (Alsina, 2017)

Esta metodología quiere que los alumnos experimenten concretamente para deducir ciertos conceptos y que a partir de ellos realicen generalizaciones caracterizadas en representaciones gráficas y finalmente aportar estas interrelaciones para llegar a un nivel de abstracción que les permita una mayor capacidad de análisis y solucionar nuevas situaciones que se les presenten. (Zapatera, 2020)

Los materiales que se utilizan deben propiciar la creatividad y fantasía en los niños para favorecer el desarrollo evolutivo, cognitivo, motriz y afectivo. (Posso et al., 2022). Esto permite guiar el proceso de enseñanza – aprendizaje por experiencias de manipulación y adaptación con el medio que impulsan activamente la construcción de un conocimiento propio. Así, para la adquisición del conocimiento matemático es importantísimo que los niños manipulen los recursos que tienen a su disposición para que puedan comprender y construir el aprendizaje deseado.

Los 3 modelos de representación se relacionan y transitan entre sí: se desarrollan en ese orden y cada uno de ellos depende del anterior. Pueden actuar de forma simultánea, pero la práctica de cada uno de ellos es necesaria para llevar a cabo la transición a la siguiente, por lo que la mejor forma es comenzar por una representación enactiva, continuar con una icónica y terminar con una simbólica. (Calderón, 2014)

Los conceptos matemáticos abstractos se generan cuando existe una conexión entre la parte sensorial (Moreno Lucas, 2015) Así, el paso hacia una representación simbólica es más consistente si se permite el tránsito de la ruta COPISI, consolidando la necesidad de enseñar bajo las tres formas de representación secuenciales apuntando al desarrollo del pensamiento crítico en su máxima expresión.

El enfoque innovador en la sala de clases se potencia con el uso de materiales concretos por parte del docente en sus planificaciones porque se transforman en un medio para construir conocimiento matemático que se diversifica para cada tipo de estudiante. Ellos manipulan, experimentan y desarrollan una relación dialéctica entre el conocimiento adquirido y el material. Se configura de esta forma al estudiante como el protagonista de su propio conocimiento. (Auccahuallpa-Fernández, 2018) Es por esto que, los profesores tienen la misión de ser creativos e innovadores tanto en su práctica pedagógica como en sus evaluaciones, para desarrollar destrezas en sus alumnos; así cuando ellos no entiendan un concepto matemático específico, puedan partir de lo concreto a lo abstracto, creando puentes cognitivos entre la manipulación y la experimentación.

Para que el aprendizaje a través de esta ruta (COPISI) sea efectivo, los docentes deben promover actividades que propicien la discusión con preguntas orientadoras, observaciones, explicaciones y ejemplos de diversa índole para que los alumnos puedan construir conocimientos y reconstruir los que ya han adquirido. Además, este modelo requiere que todos los actores del proceso educativo demuestren la comprensión de dichos objetivos para poder aplicarlos como estimen conveniente a situaciones reales. (Alsina, 2017)

### **Aprendizaje Significativo para el desarrollo del Pensamiento Crítico y la Resolución de problemas**

Las formas de representación (física, visual, simbólica, verbal y contextual) permiten examinar un concepto a través de diferentes ángulos, ofreciendo una perspectiva distinta, logrando una imagen (concepto) más profundo. (National Council of Teachers of Mathematics, 2015)

Según el Consejo Nacional de Investigación [2001] (National Research Council) “en vista de la naturaleza abstracta de las matemáticas, las personas tienen acceso a las ideas matemáticas sólo mediante las representaciones de dichas ideas” (p. 94). A su vez, la comprensión se relacionará con la solidez de las conexiones que realicen los estudiantes y cómo hayan interiorizado dichas representaciones. (National Council of Teachers of Mathematics, 2015)

Es importante resaltar que el aprendizaje significativo es uno de los primeros actos de mediación de la actitud de enseñar: el saber elegir una gran situación a proponer, en un contexto conocido con situaciones familiares, encontrando una zona de desarrollo proximal que propicie uniones y rupturas y donde el profesor busque alternativas para promover un engranaje lógico. (Vergnaud, 2007) De esta forma, la contextualización de la enseñanza fundamenta una adquisición de conceptos y habilidades propias de cualquier asignatura, y más aún desde la educación matemática, para ser capaces de relacionarla con la vida real.

La resolución de problemas se relacionará con la habilidad de los estudiantes de transitar por las representaciones, abordándolo de distintos puntos de vista, comprendiendo la situación a través de un camino que los lleve hacia la solución. (National Council of Teachers of Mathematics, 2015)

La ruta COPISI posee dos roles principales dentro de la enseñanza, por una parte, permite que los niños desarrollen la comprensión conceptual de los contenidos abordados y por otra parte les sirva como herramienta para resolver problemas que presenten un desafío para ellos (Peng, 2014)



Según Murillo (2016), los estudiantes sin límite de edad manifiestan la necesidad de encontrar significado a los contenidos matemáticos que les enseñan, esto se logra cuando son capaces de explorar y trabajar una variedad de materiales concretos y didácticos. La formación de conceptos abstractos empieza cuando ellos adquieren experiencias propias a través de acciones como la exploración de los objetos que les proporcionan los docentes dentro de la sala de clases.

## **CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA**

### **3.1 DISEÑO METODOLÓGICO**

#### **3.1.1. Fundamentación metodológica**

La presente investigación – acción tuvo como objetivo analizar la importancia de la utilización de la ruta de aprendizaje COPISI en educación básica como medio para conseguir aprendizajes que apunten al desarrollo del pensamiento matemático y la resolución de problemas y que además se asegure su consolidación a medida que se avanza de nivel. Esto se sustenta en que la educación matemática tiene como propósito formativo enriquecer la comprensión de la realidad, facilitando la selección de estrategias para contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo de los estudiantes. (Mineduc, 2023)

Se generarán estrategias de aprendizaje que permitan a la diversidad de estudiantes aprender en contraposición de lo memorístico, habilitándolos a encargarse de su futuro de forma creativa y constructiva, siendo más proactivos que reactivos (González & Fermín, 2008)

Para esto se trabajó en los cuartos básicos de un colegio particular pagado del sector oriente de la capital donde se diagnosticó en qué medida se utiliza el material concreto, luego lo pictórico para llegar a una representación simbólica en la asignatura de matemática, a través de una entrevista semiestructurada al equipo directivo del establecimiento y a los profesores que hacen clases en el nivel cuarto básico. Los diferentes tipos de preguntas hicieron explícito el conocimiento implícito de los participantes y pudieron señalar una posible solución, revelando el conocimiento existente, haciéndolo accesible a la interpretación (Flick, 2004).

Con esa información, se levantó una propuesta metodológica que permite que ambas docentes del nivel realicen sus clases utilizando la ruta de aprendizaje sugerida y con el material adecuado. Se realizó una observación de clases para fortalecer la metodología y poder levantar los desafíos docentes que surgen a través de su implementación, permitiendo reconstruir la realidad observada en su totalidad y complejidad, implicando una interacción social entre todos los que forman parte del escenario (sala de clases) (Aravena, Kimelman, Micheli, Torrealba & Zúñiga, 2006)

Las notas de campos permitieron registrar de qué manera los profesores y los estudiantes se relacionan de mejor manera con el objetivo determinado a enseñar, haciendo hincapié en la diversidad de estrategias que se entregan para que los estudiantes puedan aprender según sus diferencias y ritmos de aprendizaje; con sus propios conceptos, sentimientos y creencias podrán identificar futuras áreas de investigación y análisis. (Aravena, Kimelman, Micheli, Torrealba & Zúñiga, 2006)

Con lo anterior, se realizó un focus group en la Junta de Matemática para dejar en evidencia el proceso de la implementación, generando las propuestas de mejora en las planificaciones de primer ciclo. Esto posibilitó establecer opiniones espontáneas de los participantes con un vínculo hacia la investigación. (Aravena, Kimelman, Micheli, Torrealba & Zúñiga, 2006)

Se hace énfasis en la importancia de diversificar la enseñanza para conseguir aprendizajes significativos para que en cada estudiante se potencie la resolución de problemas en todo ámbito. Se generaron procesos de pensamiento más elaborados que formarán personas con una visión analítica, global y reflexiva (Restrepo, 2005)

Cabe destacar que la investigación se realizó bajo un diseño emergente que permite una codificación abierta que se conecta entre sí para reafirmar la teoría previamente establecida, con una visión constructivista, que se enfoca en todo momento en los significados provistos por los participantes del estudio. (Hernández-Sampieri, 2014)

### **3.1.2. Participantes**

Los participantes de esta investigación vinculan la colaboración de los miembros del colegio.

El equipo directivo, liderado por el rector, jefa de UTP y directores de ciclo, participan cooperando con las iniciativas conversadas y aprobadas, configurando un trato directo y menos burocrático, que permiten llevar a cabo cualquier tarea del proyecto.

Las docentes de la junta de matemática se mantienen a disposición para implementar y participar de esta investigación, sin importar los cursos en los que realicen clases, además de todo el equipo técnico y administrativo que presta apoyo en labores que facilitan la ejecución de la implementación de la investigación.

Los estudiantes son el foco principal de este proceso. Se les explicita y notifica a sus apoderados de dicha investigación desde un comienzo y de que su participación permite evidenciar y mejorar el propio aprendizaje. Se reconoce sí, con un refuerzo positivo a cada uno de los alumnos que demuestran un compromiso y participación activa en las actividades, potenciando sus logros y resultados.

Cabe destacar, la colaboración los compañeros asistentes del MICE, como actores que retroalimentan y potenciar este proyecto, realizando comentarios pertinentes y observaciones enriquecedoras que producen una mejora sustentable en este trabajo.

### **3.1.3. Consideraciones éticas**

Se garantizó la confidencialidad de los datos recopilados mediante la asignación de códigos a cada participante, evitando así la identificación directa. Además, los resultados se presentaron de forma agregada, sin referencias personales, asegurando su anonimato.

En cuanto al consentimiento y/o asentimiento informado, se proporcionó a todos los participantes, profesores (anexo 1) y estudiantes (anexo 2), un documento detallado que explicaba los objetivos del estudio, los procedimientos a seguir, los posibles riesgos y beneficios. Este documento fue redactado en un lenguaje claro y accesible, y solo se procedió a la realización de las entrevistas y la participación de los estudiantes una vez obtenida la firma del consentimiento.

El respeto por los participantes se garantizó asegurando su autonomía, privacidad y bienestar durante todo el proceso investigativo. No se realizaron procedimientos invasivos. En todo momento se promovió un ambiente de confianza, permitiendo a ellos participantes expresar dudas o preocupaciones de la investigación.

Este estudio fue revisado y aprobado por el Comité de Ética de la institución correspondiente, cumpliendo con los protocolos institucionales establecidos para investigaciones con personas.

En definitiva, todas las fases del estudio fueron diseñadas y ejecutadas bajo un estricto marco ético que garantiza la protección de los derechos de los participantes, en consonancia con los protocolos institucionales aplicables.

#### **3.1.4. Fases de la investigación-acción**

Las fases desarrolladas dentro de esta investigación - acción son las siguientes:

1) Diagnóstico: Se desarrolló en el nivel cuarto básico de un colegio particular pagado del sector oriente de la capital, donde se observó que el trabajo en la asignatura de matemática se centra en la resolución mecánica de ejercicios sin declarar una comprensión de estos. Surge entonces el interés por investigar la implementación de una propuesta curricular que se centre en metodologías activas que permitan la consolidación de aprendizajes hacia niveles superiores que fomenten la habilidad de resolución de problemas.

2) Planificación: Se desarrolló un plan de acción para implementar una ruta de aprendizaje que incluye la diversificación de la enseñanza, comprometiendo en el trabajo a los docentes del área y al equipo directivo.

3) Implementación: Se llevó a cabo el plan de acción diseñado que se ajusta a los objetivos específicos de la investigación - acción, considerando un trabajo de preparación de la enseñanza con las profesoras del área para llevar a cabo dicha ruta de aprendizaje al aula con los estudiantes de los cuartos básicos.

4) Evaluación: Se analizaron las apreciaciones de las docentes y miembros del equipo directivo durante la implementación, además de las diversas estrategias que utilizaron los estudiantes para resolver y su implicancia en la consolidación de los aprendizajes y el desarrollo de habilidades de orden superior en el área.

## **3.2 RECOLECCIÓN DE DATOS**

### **3.2.1. Descripción de las estrategias e instrumentos de recolección de datos**

En el contexto de una investigación-acción educativa orientada a implementar la ruta de aprendizaje COPISI en la enseñanza de las matemáticas en cuarto básico, se desarrollaron diversas estrategias e instrumentos para la recolección de datos, alineados con los objetivos de la intervención. El propósito principal fue promover metodologías activas y manipulativas que fortalecieran la habilidad de resolución de problemas en los estudiantes, abordando así el problema identificado en el diagnóstico: una enseñanza centrada en la mecanización por sobre la comprensión.

La estrategia metodológica se fundamentó en técnicas cualitativas y cuantitativas, con un enfoque mixto. Desde lo cualitativo, se priorizó la observación participante y la técnica conversacional mediante reuniones y retroalimentaciones estructuradas, que permitieron recoger percepciones, resistencias, avances y propuestas tanto del cuerpo docente como de los estudiantes. Estas técnicas fueron adecuadas al problema planteado, ya que permitieron acceder a datos contextualizados, procesuales y significativos sobre las prácticas pedagógicas y sus transformaciones.

Desde lo cuantitativo, se aplicaron cuestionarios estructurados, rúbricas y listas de cotejo, lo que posibilitó sistematizar las respuestas y observar la evolución del proceso de implementación (Anexo 3). Cada instrumento (Anexo 4) respondió a una dimensión clave del marco conceptual: el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, la diversificación de estrategias de enseñanza, y la progresión cognitiva desde lo concreto hasta lo abstracto, en coherencia con el enfoque de Bruner (modo enactivo, icónico y simbólico), la teoría de campos conceptuales de Vergnaud (2007), y la perspectiva del aprendizaje significativo (Panizza, 2003).

Uno de los instrumentos clave fue la lista de cotejo aplicada durante la Junta de Matemática, que permitió constatar la disposición, comprensión y aplicación de la ruta COPISI por parte de las docentes. Este instrumento, alineado con el subobjetivo de socializar el diagnóstico, proporcionó evidencias sobre la comprensión secuenciada de la metodología, la disposición a diversificar estrategias, y el uso de materiales concretos en clases. Su validez se sustentó en que los indicadores fueron elaborados en función directa de los objetivos de aprendizaje del currículo y las etapas de la ruta COPISI, garantizando así la coherencia entre la teoría y la práctica.

Asimismo, se utilizó un cuestionario de comprensión de la metodología COPISI, aplicado a las profesoras, que recogió información clave sobre su conocimiento de la ruta, la relevancia de la diversificación metodológica y su relación con habilidades como la argumentación y la resolución de problemas. Este instrumento permitió medir el grado de internalización del enfoque por parte del profesorado, generando datos útiles para orientar la retroalimentación y acompañamiento docente. Su confiabilidad se aseguró a través de su aplicación individual, respuestas abiertas que permitieron captar matices, y una posterior triangulación con los resultados observacionales.

En el trabajo con los docentes también se implementaron rúbricas de evaluación del modelamiento y retroalimentación. Estas permitieron valorar el uso efectivo de la metodología COPISI, el compromiso con la propuesta, y la capacidad de reflexión docente sobre sus prácticas. Las rúbricas integraron criterios claros y graduados, fortaleciendo así la objetividad y validez del proceso evaluativo. Además, propiciaron instancias metacognitivas, favoreciendo el desarrollo profesional docente mediante la reflexión guiada.



Con respecto al trabajo con los estudiantes, se utilizaron dos instrumentos principales: una rúbrica de evaluación de la enseñanza de ecuaciones con COPISI y una pauta de observación de clase. Estas herramientas permitieron captar el impacto de la metodología en la comprensión de conceptos algebraicos básicos, observando cómo los estudiantes transitaban entre las etapas de la ruta: desde el uso de balanzas y cubos unifix (concreto), hasta la representación gráfica de ecuaciones (pictórico) y su resolución simbólica mediante el algoritmo del equilibrio. La pertinencia de estas herramientas radicó en su capacidad para observar tanto el proceso como el producto del aprendizaje, atendiendo a la diversidad de estilos y ritmos.

La estrategia de recolección de datos fue integral, coherente y fundamentada teóricamente. Los instrumentos utilizados fueron pertinentes al contexto educativo investigado, promovieron una evaluación formativa, y posibilitaron la mejora continua del proceso de enseñanza-aprendizaje. La implementación de la ruta COPISI, sustentada por estos instrumentos, logró responder adecuadamente al problema detectado en el diagnóstico, contribuyendo al desarrollo del pensamiento matemático y al fortalecimiento de una cultura pedagógica basada en la reflexión y la innovación.

### **3.2.2 Procedimientos de análisis de datos**

La investigación utilizó estrategias de análisis de datos mixtas, que garantizaron una comprensión integral de los resultados. El análisis cualitativo se basó principalmente en la codificación y el análisis descriptivo de observaciones, reuniones y retroalimentaciones recogidas durante la implementación de la intervención.

Se empleó la técnica conversacional en instancias como la Junta de Matemática, donde se socializaron los resultados del diagnóstico y se presentó la propuesta de innovación. Estas conversaciones fueron registradas y codificadas temáticamente para identificar patrones recurrentes, actitudes del profesorado frente a la metodología y niveles de comprensión y disposición hacia el cambio metodológico. Esta estrategia permitió identificar tensiones, resistencias y fortalezas en el proceso de implementación, aportando información clave sobre el clima institucional y la viabilidad de la innovación.

Por otra parte, el análisis cuantitativo se aplicó mediante la sistematización de resultados obtenidos en cuestionarios, rúbricas y listas de cotejo que evaluaron tanto el nivel de comprensión de la ruta COPISI por parte de las docentes como su capacidad para aplicarla en el aula. Los datos fueron procesados mediante análisis estadístico descriptivo, principalmente a través de frecuencias y porcentajes, lo que permitió establecer tendencias claras sobre el grado de implementación y aceptación de la metodología.

La coherencia entre los objetivos del estudio y las estrategias de análisis se evidenció en el uso de rúbricas específicas para evaluar la implementación concreta de la metodología en clases de ecuaciones. Estas herramientas permitieron valorar si las docentes aplicaban efectivamente las fases de la ruta COPISI y si se generaban instancias de retroalimentación y reflexión. A su vez, la pauta de observación aplicada a los estudiantes ofreció evidencias del impacto de la ruta en su comprensión y en la diversidad de estrategias utilizadas para resolver problemas.

Los datos fueron sometidos a revisión entre diferentes fuentes, asegurando el rigor metodológico y la validez interna de los hallazgos. La triangulación permitió contrastar las percepciones docentes, las evidencias del trabajo en aula y los resultados observables en los estudiantes, consolidando una visión holística del proceso de implementación.

De esta manera, las estrategias de análisis empleadas permitieron no solo procesar los datos de manera rigurosa, sino también comprender a profundidad los cambios generados por la intervención en las prácticas docentes y en los aprendizajes de los estudiantes, respondiendo a los objetivos de promover metodologías activas que fortalezcan la resolución de problemas matemáticos desde la ruta COPISI.

## **CAPÍTULO 4: DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN-ACCIÓN**

### **4.1. DIAGNÓSTICO**

El presente estudio se desarrolló en un colegio particular pagado de la comuna de Las Condes, Región Metropolitana, Chile, y buscó analizar la contribución de la metodología COPISI en el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas en estudiantes de cuarto básico. El problema identificado se centra en que la enseñanza de la matemática en este nivel se basa predominantemente en estrategias mecánicas y repetitivas, donde los estudiantes resuelven ejercicios sin comprender los procedimientos aplicados. Esta falta de comprensión conceptual afecta la consolidación de aprendizajes y el desarrollo del pensamiento matemático, lo que se manifiesta en bajos niveles de desempeño en evaluaciones internas y estandarizadas.

A pesar de que la institución ha implementado metodologías activas como la Metodología ARPA, enfocadas en la resolución de problemas, los resultados de aprendizaje no han sido los esperados. Se evidencia una brecha entre las estrategias utilizadas en el aula y las necesidades de los estudiantes, generando desorientación tanto en docentes como en apoderados respecto a la efectividad de las metodologías aplicadas. Este escenario resalta la importancia de diversificar las estrategias de enseñanza, favoreciendo metodologías que promuevan un aprendizaje significativo y autónomo.

#### Hallazgos del diagnóstico

Para comprender la problemática, se realizó un diagnóstico basado en entrevistas semiestructuradas a docentes (Anexo 5) y miembros del equipo directivo (Anexo 6), junto con una observación de clases (Anexo 7) enfocada en el desarrollo de la resolución de problemas mediante la metodología ARPA.

Los hallazgos más relevantes fueron:

1. Uso limitado de material concreto y estrategias diversificadas: Los docentes tienden a priorizar la enseñanza a través del texto de estudio y ejercicios repetitivos, haciendo uso esporádico del material concreto, sin ser articulado con los algoritmos matemáticos. Se reconoce la importancia de los recursos manipulativos, pero no se han establecido lineamientos claros sobre su incorporación en las planificaciones de clase.
2. Desarrollo de estrategias intuitivas por parte de los estudiantes: Los estudiantes recurren espontáneamente a estrategias concretas (usar elementos de su estuche) o pictóricas (dibujar para resolver), aunque estas no son formalmente promovidas por los docentes. La mayoría de ellos usa dibujos para modelar problemas, mientras que solo un porcentaje reducido recurre a procedimientos simbólicos o algebraicos. Se evidencia que los estudiantes que integran las tres fases de la ruta COPISI logran resolver problemas de manera más efectiva.
3. Percepción del equipo directivo sobre la enseñanza de la matemática: Desde UTP se enfatiza la necesidad de diversificar las estrategias de enseñanza para potenciar la comprensión conceptual. Se reconoce que la planificación y ejecución de clases deben incluir metodologías que promuevan la argumentación y autonomía en la resolución de problemas. En este sentido, el equipo directivo apoya la incorporación de nuevas estrategias pedagógicas, pero existe una brecha entre la visión institucional y la práctica docente en el aula.

Estos hallazgos confirman la pertinencia de implementar una propuesta curricular basada en la metodología COPISI, estructurando la enseñanza en una secuencia progresiva que parta desde lo concreto hasta lo abstracto.

La identificación de esta problemática permite definir un enfoque de investigación-acción que busca generar una transformación en la enseñanza de la matemática en cuarto básico, articulando teoría y práctica para mejorar los aprendizajes de los estudiantes.

Se fundamenta en el aprendizaje significativo y en el enfoque constructivista, promoviendo metodologías activas que permitan a los estudiantes construir su conocimiento a partir de la manipulación de materiales, la representación gráfica y la abstracción simbólica.

Los hallazgos del diagnóstico respaldan la necesidad de implementar la ruta COPISI en el aula, alineándose con el objetivo general de analizar su contribución en el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas.

La investigación busca generar una propuesta curricular que no solo diversifique las estrategias de enseñanza, sino que también facilite la consolidación de los aprendizajes a lo largo de la educación básica, permitiendo a los estudiantes desarrollar competencias matemáticas aplicables a diversas situaciones.

En definitiva, los resultados del diagnóstico evidenciaron la necesidad de establecer una estructura metodológica clara que guíe a los estudiantes en la resolución de problemas, asegurando que el aprendizaje de la matemática sea progresivo, significativo y transferible a diferentes contextos. La implementación de la ruta COPISI se plantea como una estrategia clave para mejorar la enseñanza de la matemática en cuarto básico, potenciando el desarrollo del pensamiento lógico y crítico de los estudiantes.

## 4.2 PLANIFICACIÓN

La intervención se centra en la implementación de la metodología COPISI en la enseñanza de matemáticas en cuarto básico de un colegio particular pagado. El propósito es fortalecer la habilidad de resolución de problemas a través de estrategias activas y manipulativas, permitiendo a los estudiantes construir su conocimiento desde la experimentación hasta la abstracción matemática.

Este enfoque metodológico se sustenta en el aprendizaje significativo (Ausubel, 1968) y en el desarrollo progresivo de habilidades cognitivas según Bruner (1966), donde los estudiantes transitan desde la manipulación concreta hasta la representación abstracta. La metodología COPISI se aplicó en la enseñanza de ecuaciones, promoviendo la comprensión conceptual y la autonomía en la resolución de problemas.

El colegio ha demostrado interés en diversificar sus estrategias de enseñanza, promoviendo metodologías activas como ARPA. Sin embargo, el diagnóstico reveló que la enseñanza matemática en cuarto básico sigue siendo predominantemente mecánica, limitando la comprensión conceptual.

Esta intervención se alinea con las necesidades institucionales al proponer una estrategia concreta para mejorar el aprendizaje en matemáticas, favoreciendo la consolidación de conocimientos y su continuidad en niveles superiores. (Matriz de Planificación, Anexo 8)

### Propósitos Específicos:

1. Implementar una propuesta curricular basada en la ruta COPISI en la planificación de matemáticas de cuarto básico: Integrar la metodología COPISI en las planificaciones docentes, asegurando su aplicación en la enseñanza de ecuaciones.
2. Capacitar a los docentes en la aplicación de la metodología COPISI: Socializar los resultados del diagnóstico y modelar la aplicación de COPISI en la enseñanza matemática.
3. Aplicar la ruta COPISI en la enseñanza de ecuaciones en cuarto básico: Diseñar y desarrollar actividades basadas en la ruta COPISI para potenciar la resolución de problemas matemáticos.
4. Analizar la efectividad de la implementación de la ruta COPISI en la consolidación del aprendizaje matemático: Evaluar el desempeño de los estudiantes a través de observaciones y análisis de estrategias utilizadas en la resolución de ecuaciones.

### Actividades Propuestas:

Las actividades planificadas aseguraron la integración progresiva de COPISI, abordando tanto la capacitación docente como la aplicación en el aula. Estas consistieron en la socialización de la metodología y resultados del diagnóstico, la capacitación docente su aplicación, la incorporación en la planificación de ecuaciones y la aplicación en la enseñanza en el aula. A partir de lo anterior, se analizaron las estrategias utilizadas por los estudiantes que permitieron la resolución del objetivo de aprendizaje.



La intervención se diseñó en respuesta a un diagnóstico que evidenció la enseñanza mecánica de las matemáticas en cuarto básico, afectando el desarrollo del pensamiento matemático. A través de la metodología COPISI, se buscó fortalecer la comprensión conceptual mediante una progresión estructurada de aprendizaje.

La implementación considera la capacitación docente, la integración de la metodología en la planificación y su aplicación en aula con monitoreo constante, que mejore la habilidad de resolución de problemas y promueva un aprendizaje significativo y duradero en los estudiantes.

#### **4.3 IMPLEMENTACIÓN**

La intervención basada en la metodología COPISI se implementó en la enseñanza de ecuaciones en cuarto básico con el propósito de fomentar la resolución de problemas y mejorar la comprensión matemática. Se llevaron a cabo diversas acciones organizadas en etapas específicas, asegurando la participación de docentes y estudiantes en un proceso estructurado de aprendizaje. (Acciones y Emergentes Implementación, Anexo 9)

1. Socialización de la metodología COPISI: En las reuniones de junta de matemática se mostraron los resultados del diagnóstico a todas las docentes del área para luego informar dichos resultados al equipo directivo junto con la importancia del consenso de diversificar las estrategias y metodologías de aprendizaje para obtener mejores resultados en las evaluaciones de progreso, asegurando la implementación en las planificaciones de la ruta COPISI en matemática. Se manifiesta la resistencia por parte de las docentes de enseñanza media cuando se destaca la importancia del trabajo desde lo concreto, fundamentando que deben ser exigentes hacia los resultados de pruebas

estandarizadas para subir los puntajes del colegio, lo que produce discusión al respecto en el área.

2. Capacitación docente en la aplicación de COPISI: Se modeló la ruta de aprendizaje para todas las profesoras que realizan clases de matemática, tanto en educación básica como en educación media, lo que generó el reconocimiento de potenciar el uso del material concreto en la primera infancia como apoyo al aprendizaje por sobre a lo más abstracto de cursos superiores. Las profesoras que hacen clases en básica adquieren mayor compromiso con la intervención, aceptando las sugerencias didácticas de la presentación y reconocen estrategias y metodologías ya utilizadas. En este sentido, desde UTP, se manifiesta el espíritu de la institución por impulsar iniciativas que promuevan mejoras en los aprendizajes y fomentar la participación de toda la Junta.

3. Incorporación de COPISI en la planificación de ecuaciones: Se aplicó la ruta COPISI en la enseñanza de ecuaciones utilizando material concreto, ejemplificando pictóricamente para luego mostrar lo aprendido en lenguaje algebraico para el nivel. Esto permitió manipular mediante balanzas el concepto de igualdad de ecuaciones, su representación con diagramas y la traducción con letras y números al nivel más abstracto mejorando la comprensión por parte de los estudiantes.

4. Análisis de estrategias utilizadas por los estudiantes: Se observaron y documentaron las estrategias utilizadas por los estudiantes para resolver ecuaciones (Fotos estudiantes, Anexo 10). Se identificó una variedad de enfoques, desde la manipulación concreta hasta la abstracción simbólica, destacándose la capacidad de ellos para explicar sus procedimientos a sus compañeros, lo que permitió realizar los ajustes necesarios que requirieron durante la realización de la clase.

La implementación de la metodología COPISI produjo una transición progresiva desde lo concreto hasta lo abstracto, facilitando la comprensión de ecuaciones en cuarto básico. Los estudiantes mostraron una mayor autonomía y capacidad de argumentación en la resolución de problemas. Si bien hubo resistencia inicial por parte de algunos docentes, la retroalimentación constante permitió ajustar y mejorar la aplicación de la metodología.

Los resultados evidencian que los estudiantes que utilizaron estrategias concretas y pictóricas lograron resolver ecuaciones de manera más efectiva y comprendieron mejor la relación entre los elementos algebraicos. Se recomienda continuar con la capacitación docente y expandir la metodología a otros niveles para fortalecer el desarrollo del pensamiento matemático en la institución.

#### **4.4. EVALUACIÓN**

La evaluación de la implementación de la Ruta COPISI se llevó a cabo utilizando diversos instrumentos, como listas de cotejo, rúbricas y pautas de observación (Anexo 4). Estos permitieron medir la efectividad y pertinencia de la intervención en relación con sus propósitos específicos.

En cuanto a la socialización y adopción de la metodología COPISI, se midió el porcentaje de docentes que comprendieron y aplicaron la metodología en sus planificaciones. A través de listas de cotejo de participación en la Junta de Matemática y la revisión de planificaciones docentes, se evidenció que un 80% de los docentes de educación básica incorporaron COPISI en sus planificaciones, aunque se identificó cierta resistencia en docentes de enseñanza media. A pesar de la alta participación en la socialización, persistió la necesidad de mayor capacitación para facilitar su aplicación práctica.

La implementación en el aula se centró en la enseñanza de ecuaciones en cuarto básico mediante la progresión concreto-pictórico-simbólico. Los resultados mostraron el cumplimiento de la meta esperada declarada en la planificación (Anexo 8) por parte de los docentes de cuarto básico aplicando COPISI, aunque con algunas adaptaciones, como la extensión del uso de materiales concretos debido a la falta de familiaridad de los estudiantes con estos recursos. Se observó una transición efectiva hacia procedimientos algebraicos, pero algunos docentes realizaron esta transición demasiado rápido, omitiendo la fase pictórica en profundidad. Además, se requirió más tiempo del planificado para que los estudiantes se familiarizaran con los materiales.

Respecto al impacto en los estudiantes, el 85% de ellos utilizó la progresión completa de COPISI, mientras que un 15% prefirió resolver los problemas de forma pictórica sin recurrir a la manipulación concreta, lo que supera la meta mínima establecida dentro de la planificación (Anexo 8). Se observó una mayor autonomía y argumentación en la resolución de problemas, así como una flexibilidad cognitiva en la adaptación de estrategias. Sin embargo, algunos estudiantes con dificultades en matemáticas se resistieron al uso de material concreto, optando por procedimientos simbólicos memorizados. Asimismo, se identificó la necesidad de reforzar la conexión entre la representación pictórica y la simbólica.

La retroalimentación y reflexión docente se evaluó a partir de la frecuencia y calidad de la retroalimentación en el uso de COPISI. Se evidenció que el 90% de los docentes proporcionó retroalimentación formativa, aunque solo el 70% la incorporó como una práctica sistemática dentro de sus planificaciones. Los docentes reconocieron la importancia de la retroalimentación en el aprendizaje y se promovió un enfoque reflexivo con preguntas dirigidas y ajustes en tiempo real. No obstante, algunos docentes no lograron integrar la retroalimentación dentro

de sus prácticas habituales, por lo que se identificó la necesidad de mayor capacitación en estrategias de retroalimentación efectiva.

Entre los logros más destacados de la implementación, se encuentra la exitosa incorporación de COPISI en la enseñanza de ecuaciones, lo que mejoró la comprensión conceptual y la autonomía de los estudiantes. Los docentes de educación básica mostraron una alta disposición para adoptar la metodología, reflejada en sus planificaciones y en la práctica en el aula. Asimismo, los estudiantes lograron visualizar y comprender la relación entre las representaciones concretas, pictóricas y simbólicas, lo que facilitó su transición al álgebra.

Sin embargo, se identificaron desafíos en la implementación, como la resistencia de algunos docentes de enseñanza media a aplicar metodologías concretas, lo que limitó la continuidad de COPISI en niveles superiores. También se observó una falta de tiempo para que los estudiantes se familiarizaran con los materiales manipulativos antes de avanzar a representaciones pictóricas y simbólicas. Además, la capacitación docente en estrategias de retroalimentación y evaluación formativa fue un área de mejora identificada.

Entre las limitaciones del estudio, se destaca que la muestra se limitó a cuarto básico, lo que impidió evaluar el impacto a largo plazo en niveles superiores. Asimismo, el tiempo de implementación fue corto, lo que dificultó una evaluación más profunda del impacto de COPISI en el rendimiento académico.

En conclusión, la implementación de la Ruta COPISI en la enseñanza de ecuaciones en cuarto básico demostró ser una estrategia efectiva para fortalecer la resolución de problemas matemáticos. Se lograron avances significativos en la adopción de la metodología y en la autonomía de los estudiantes, aunque

persistieron desafíos relacionados con la resistencia docente y la necesidad de mayor tiempo para la adaptación de los estudiantes a los materiales manipulativos. En definitiva, los resultados sugieren que la implementación de COPISI no solo mejora la comprensión matemática, sino que también promueve el pensamiento crítico y la autonomía en la resolución de problemas, consolidándose como una metodología innovadora con potencial para transformar la enseñanza de las matemáticas.

## **CAPÍTULO 5: RESULTADOS, DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES**

### **5.1. DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

Los datos recolectados reflejan la implementación de la ruta de aprendizaje COPISI (Concreto – Pictórico – Simbólico) en la enseñanza de matemáticas en cuarto básico, con énfasis en la resolución de problemas y la diversificación de estrategias pedagógicas. Se evidenció una diferencia en la aceptación y aplicación de la metodología entre los docentes de educación básica y media. Mientras que las profesoras de básica demostraron mayor disposición para incorporar la ruta COPISI, las de media mostraron resistencia, enfatizando la importancia de la mecanización y rapidez en la resolución de problemas para cumplir con las exigencias de pruebas estandarizadas.

En términos de aprendizaje, los estudiantes que siguieron la ruta COPISI evidenciaron un mayor grado de comprensión de ecuaciones mediante la manipulación de materiales concretos y representaciones pictóricas antes de llegar a la fase simbólica. La observación de aula reveló que aquellos alumnos que tradicionalmente enfrentaban dificultades en la asignatura mostraron mayor participación e interés al trabajar con material concreto y visualizaciones gráficas.

Los indicadores de evaluación reflejan una progresión en la adopción de la metodología. La mayoría de los docentes reconocieron la importancia de diversificar estrategias, aunque no todos manifestaron intención de aplicarlas en sus niveles. En cuanto al equipo directivo, la declaración formal del uso de la ruta COPISI en planificación obtuvo apoyo parcial, destacando la ausencia de un equipo psicopedagógico en la institución para acompañar estos procesos.

El monitoreo de clases mostró que los estudiantes desarrollaron diferentes estrategias de resolución de ecuaciones, algunas más intuitivas que otras, pero todas alineadas con el propósito de la intervención. Se identificaron tres tipos de estudiantes: aquellos que resolvieron sin necesidad de material concreto, quienes necesitaron apoyo visual y pictórico, y aquellos que optaron por representaciones gráficas antes de llegar al procedimiento simbólico.

Los hallazgos son coherentes con los planteamientos del constructivismo, donde el aprendizaje se consolida a través de experiencias significativas y el uso de materiales manipulativos (Posso et al., 2022). En línea con Bruner y su teoría de los modos de representación (enactivo, icónico y simbólico), la ruta COPISI facilitó la progresión desde lo concreto hasta la abstracción matemática, permitiendo que los estudiantes construyeran imágenes mentales para la resolución de problemas (Mineduc, 2023).

Asimismo, los resultados respaldan la idea de que la enseñanza matemática debe trascender la mera transmisión de procedimientos para enfocarse en la resolución de problemas y el pensamiento crítico (Peng, 2014). La participación activa de los estudiantes en la justificación de sus estrategias evidencia una aproximación alineada con la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (2007), que resalta la importancia de interacciones entre el conocimiento previo y nuevas experiencias para la adquisición de habilidades matemáticas.

Los desafíos identificados en la implementación reflejan tensiones presentes en la literatura sobre innovación pedagógica. Carmona-González (2020) sostiene que la enseñanza tradicional basada en la mecanización de ejercicios limita el pensamiento lógico y la autonomía en la resolución de problemas, algo que se reflejó en la resistencia de algunos docentes de



enseñanza media. No obstante, la disposición general del equipo educativo hacia la implementación de estrategias diversificadas es consistente con investigaciones que destacan la importancia de la metacognición y la autoevaluación en la enseñanza matemática (Pacheco, 2018).

Los datos obtenidos permiten reflexionar sobre la relevancia de la ruta COPISI en la enseñanza de las matemáticas y su coherencia con un enfoque curricular basado en la resolución de problemas. La intervención evidencia que la transición desde lo concreto hacia lo abstracto facilita la comprensión de conceptos matemáticos, especialmente para aquellos estudiantes que enfrentan dificultades con enfoques tradicionales.

Uno de los aportes más significativos de esta implementación es la revalorización del error como parte del aprendizaje, promoviendo la retroalimentación formativa como herramienta clave en la construcción del conocimiento. Este aspecto es fundamental para el desarrollo de la autoeficacia de los estudiantes, ya que, como señala Muñoz-Jaramillo (2023), una retroalimentación positiva y orientada al proceso fortalece la confianza en sus propias capacidades. La práctica reflexiva que se impulsa desde esta ruta de aprendizaje constituye una manera eficaz de mejora dentro de la sala de clases, capaz de predecir lo que se espera que ocurra en relación con los objetivos de aprendizaje propuestos y producto de la observación de cada fase de la ruta establecida en la enseñanza de contenidos matemáticos, permitiendo evaluar y reflexionar para mejorar la acción educativa propiamente tal y poder dar una retroalimentación adecuada al proceso. (Elmore, 2010)

En este sentido, el vínculo y el rol del proceso metacognitivo toman relevancia, ya que se promueve una reflexión sobre el propio proceso, teniendo los estudiantes la oportunidad de analizar y evaluar su desempeño, identificando

fortalezas y debilidades para establecer metas futuras en su aprendizaje, fomentando así una mayor autonomía. Con esto, se infiere que la retroalimentación es una herramienta esencial en el proceso de aprendizaje que brinda una oportunidad de reflexión sobre el trabajo realizado, pudiendo ajustar las estrategias de nuestra ruta, avanzando o retrocediendo en ella, además de proporcionar sugerencias y recomendaciones específicas que lo guíen hacia una mejora continua. Un buen proceso de retroalimentación no solo se enfoca en el resultado final, sino en el camino para conseguir ese resultado, permitiendo a los estudiantes un amplio repertorio de estrategias que permiten ver la matemática de diferentes perspectivas, consiguiendo además un entendimiento más profundo de los conceptos y direccionar el aprendizaje a la resolución de problemas más complejos. (Pacheco, 2018)

Sin embargo, la resistencia de algunos docentes y la falta de infraestructura institucional para sostener la implementación a largo plazo plantean desafíos. La ausencia de un equipo psicopedagógico y la dependencia de materiales preexistentes pueden limitar la continuidad del proyecto. La propuesta de formalizar la ruta COPISI dentro del plan curricular de la institución podría contribuir a la sostenibilidad de la iniciativa, integrando la metodología en la formación docente y en la planificación institucional.

Finalmente, la implementación de la ruta COPISI no solo evidencia mejoras en la resolución de problemas matemáticos, sino que también destaca la importancia de enfoques pedagógicos inclusivos. La posibilidad de ofrecer múltiples formas de representación y resolución contribuye a generar un entorno de aprendizaje más equitativo, permitiendo que todos los estudiantes accedan al conocimiento desde sus propias capacidades y estilos de aprendizaje.

## 5.2 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La investigación propuso evaluar la contribución de la ruta COPISI como metodología activa para la consolidación de aprendizajes y el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas en estudiantes de cuarto básico. A través del diseño e implementación de una propuesta curricular, se logró un alto nivel de cumplimiento de los objetivos específicos.

Los hallazgos reflejan que los estudiantes que transitaron por las representaciones concreta, pictórica y simbólica lograron una mejor comprensión de los conceptos matemáticos y fortalecieron sus habilidades de resolución de problemas. Asimismo, se identificó que la capacitación docente y la planificación estructurada facilitaron la integración de esta metodología en el aula, generando un impacto positivo en los estudiantes y en la consolidación de los aprendizajes.

Los resultados evidencian que la metodología COPISI facilita la transición progresiva del pensamiento matemático, permitiendo a los estudiantes construir su conocimiento desde la manipulación de materiales hasta la abstracción simbólica, lo que fortalece la habilidad de resolución de problemas. La implementación en la enseñanza de ecuaciones demostró que los estudiantes que utilizaron COPISI fueron capaces de justificar sus procedimientos, resolver problemas con mayor autonomía y mejorar su desempeño en evaluaciones, confirmando que el método favorece un aprendizaje significativo y favorece el desarrollo del pensamiento lógico.

La ruta COPISI fortaleció el pensamiento crítico y la capacidad de abstracción, favoreciendo aprendizajes duraderos. La presencia de representaciones múltiples y la posibilidad de elección metodológica por parte de los estudiantes aumentaron su motivación y compromiso. En definitiva, los

hallazgos respaldan que esta metodología activa potencia la resolución de problemas matemáticos desde un enfoque inclusivo y significativo.

Entre las limitaciones del estudio, se identificó la resistencia inicial de algunos docentes a modificar sus prácticas tradicionales, lo que requirió un proceso de acompañamiento y modelamiento para la apropiación de la metodología. Asimismo, la falta de familiaridad de los estudiantes con el material concreto prolongó el tiempo de adaptación, evidenciando la necesidad de reforzar el uso de recursos manipulativos en niveles previos. Además, la falta de continuidad en niveles superiores del uso de lo concreto y lo pictórico, hacían que la metodología no pudiese ser adoptada en su totalidad por docentes de enseñanza media, acompañado de la necesidad de mayor capacitación y la falta de un equipo psicopedagógico que acompañe el proceso.

A pesar de las barreras, la investigación muestra que una implementación coherente, planificada y acompañada de formación docente puede transformar el paradigma de enseñanza de las matemáticas, generando condiciones propicias para el desarrollo del pensamiento matemático.

Las proyecciones de la investigación - acción sugieren que la metodología COPISI puede expandirse a otros niveles educativos para consolidar un enfoque progresivo en la enseñanza de las matemáticas. Además, se recomienda su integración en la planificación curricular institucional, acompañada de programas de formación docente para asegurar su aplicación efectiva. También se propone fortalecer la retroalimentación formativa para potenciar la autorregulación del aprendizaje en los estudiantes.

Para consolidar la implementación de esta la metodología activa, es fundamental desarrollar programas de formación continua para los docentes en

metodologías atractiva y significativas, y en la aplicación específica de COPISI, asegurando su integración progresiva desde preescolar. También es necesario incluir de manera estructurada el uso de material concreto en los primeros años de educación básica, para que los estudiantes desarrollen familiaridad con estos materiales antes de transitar hacia el pensamiento abstracto.

La integración de esta metodología en la planificación curricular institucional garantizaría su permanencia y efectividad, asegurando su aplicación en las asignaturas matemáticas y su continuidad en niveles superiores. Además, es importante establecer mecanismos de seguimiento y evaluación periódica para medir el impacto y realizar ajustes en función de las necesidades detectadas.

Finalmente, se debe fomentar una cultura de innovación pedagógica a través de espacios de reflexión y colaboración entre docentes, permitiéndoles compartir experiencias y mejorar las estrategias de enseñanza mediante todo tipo de metodologías activas que apunten al uso de instrumentos de evaluación que acompañen el aprendizaje, con retroalimentación oportuna y centrada en el proceso más que en el resultado e instancias de reflexión sobre las propias estrategias de resolución y aprendizajes, para fortalecer la autonomía y el pensamiento crítico.

En conclusión, la implementación de la ruta COPISI ha demostrado ser una estrategia efectiva para fortalecer la enseñanza de las matemáticas en cuarto básico. Si bien se identificaron desafíos en su implementación, los resultados evidencian mejoras significativas en la comprensión y resolución de problemas por parte de los estudiantes. Las recomendaciones propuestas buscan consolidar y expandir estos hallazgos, contribuyendo a la transformación del proceso educativo en beneficio de toda la comunidad escolar.

## REFERENCIAS

Alcántara, Z. (2022). El Papel del Docente como Mediador Educativo.

*Revista Acervo Digital Educativo*

[https://ade.edugem.gob.mx/bitstream/handle/acervodigitaledu/65327/15EPR0047S\\_El%20papel%20del%20docente%20como%20mediador%20educativo.pdf?sequence=4](https://ade.edugem.gob.mx/bitstream/handle/acervodigitaledu/65327/15EPR0047S_El%20papel%20del%20docente%20como%20mediador%20educativo.pdf?sequence=4)

Alsina, Á. (2017). Contextos y propuesta para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Revista de Educación Matemática Épsilon*, 34(95), 25-48.

[https://www.researchgate.net/publication/318701650\\_Contextos\\_y\\_propuestas\\_para\\_la\\_ensenanza\\_de\\_la\\_estadistica\\_y\\_la\\_probabilidad\\_en\\_Educacion\\_Infantil\\_un\\_itinerario\\_didactico\\_Contexts\\_and\\_proposals\\_for\\_teaching\\_statistics\\_and\\_probability\\_in\\_Early\\_Child/link/597862d20f7e9b277726ed6e/download?tp=eyJjb250ZXh0Ijp7ImZpcnN0UGFnZSI6InB1YmxpY2F0aW9uIiwicGFnZSI6InB1YmxpY2F0aW9uIn19](https://www.researchgate.net/publication/318701650_Contextos_y_propuestas_para_la_ensenanza_de_la_estadistica_y_la_probabilidad_en_Educacion_Infantil_un_itinerario_didactico_Contexts_and_proposals_for_teaching_statistics_and_probability_in_Early_Child/link/597862d20f7e9b277726ed6e/download?tp=eyJjb250ZXh0Ijp7ImZpcnN0UGFnZSI6InB1YmxpY2F0aW9uIiwicGFnZSI6InB1YmxpY2F0aW9uIn19)

Aravena, M. , Kimelman, E. , Micheli, B. , Torrealba, R. & Zúñiga, J. (2006) Investigación Educativa I

Auccahuallpa-Fernández, R. (2018). La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas por medio del Laboratorio 'Rurashpa Yachakuy. Aprende haciendo'. *Revista Mamakuna*, N.0 8, 65-75.

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8380427>

Calderón, P. (2014). Precepciones de los y las docentes del primer ciclo básico, sobre la implementación del método Singapur en el Colegio Mario Bertero Cevasco de la Comuna de Isla de Maipo. Tesis Doctoral: Universidad de Chile <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/130579>

Carmona-González, J. (2020). Material El Concreto Como Herramienta Didáctica Para La Resolución De Problemas Matemáticos En tiempos de Pandemia. Maestría en Didáctica de las Matemática [https://repositorio.ucaldas.edu.co/bitstream/handle/ucaldas/17245/Jeison\\_Carmona%20Gonzalez\\_2021a.pdf?sequence=3](https://repositorio.ucaldas.edu.co/bitstream/handle/ucaldas/17245/Jeison_Carmona%20Gonzalez_2021a.pdf?sequence=3)

Chintya, C., y Efendi, N. (2021). La influencia de los métodos de aprendizaje expositivo en los resultados del aprendizaje de matemáticas para estudiantes de tercer grado., 5. <https://doi.org/10.21070/ACOPEN.5.2021.2122>

Elmore, R. (2010). Mejorando la escuela desde la sala de clases. Santiago de Chile: Área de Educación Fundación Chile. Recuperado de [https://drive.google.com/file/d/1mqIIA4wr\\_8IjAIsURV-MLJLxPvmTJZdP/edit](https://drive.google.com/file/d/1mqIIA4wr_8IjAIsURV-MLJLxPvmTJZdP/edit)

Flick, U. (2004) Introducción a la Investigación Cualitativa, Madrid, España, Ediciones Morata y Fundación Paideia [https://www.researchgate.net/publication/39400325\\_Flick\\_U\\_2004\\_Introduccion\\_a\\_la\\_investigacion\\_cualitativa\\_Madrid\\_Morata/link/5744899a08ae9ace842199e0/download?tp=eyJjb250ZXh0Ijp7ImZpcnN0UGFnZSI6InB1YmxpY2F0aW9uIiwicGFnZSI6InB1YmxpY2F0aW9uIn19](https://www.researchgate.net/publication/39400325_Flick_U_2004_Introduccion_a_la_investigacion_cualitativa_Madrid_Morata/link/5744899a08ae9ace842199e0/download?tp=eyJjb250ZXh0Ijp7ImZpcnN0UGFnZSI6InB1YmxpY2F0aW9uIiwicGFnZSI6InB1YmxpY2F0aW9uIn19)

Fajarianto, O., Tresnawati, N., Wulandari, T. y Ahmad, A. (2022). Diferencias en los resultados de aprendizaje de matemáticas entre los métodos cooperativos de emparejamiento y los métodos expositivos. *EDUTEC: Revista de educación y tecnología* . <https://doi.org/10.29062/edu.v6i1.450> .

Fidele, U., Kizito, N., Mukuka, A., y Jean, U. (2019). Perspectivas de profesores y estudiantes sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en escuelas secundarias seleccionadas de Ruanda. *Revista Africana de Estudios Educativos en Matemáticas y Ciencias* . <https://doi.org/10.4314/ajesms.v15i2.8> .

Godoy, N & Viloría, G. (2010). Planificación de estrategias didácticas para el mejoramiento de las competencias matemáticas de sexto grado. Investigación de Postgrado en Planificación Educativa. UPEL-IMP  
[https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S131600872010000100006](https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S131600872010000100006)

González, G. & Fermín, M. (2008). El mapa conceptual y el diagrama V, Recursos para la Enseñanza Superior en el siglo XXI, Narcea, S.A, Ediciones, Madrid, España. Recuperado de: [https://books.google.com.co/books?id=y\\_MxNHIYsTYC&pg=PA38&dq=aprendizaje+significativo&hl=es19&sa=X&ei=tNZCVbznJYO3yATQ\\_oGwAw&ved=0CEAQ6AEwBw#v=onepage&q=aprendizaje%20significativo&f=false](https://books.google.com.co/books?id=y_MxNHIYsTYC&pg=PA38&dq=aprendizaje+significativo&hl=es19&sa=X&ei=tNZCVbznJYO3yATQ_oGwAw&ved=0CEAQ6AEwBw#v=onepage&q=aprendizaje%20significativo&f=false)

Hernández-Sampieri, R. (2014) Metodología de la Investigación. Ciudad de México, México: Editorial Mc Graw Hill Education



Konopka, C., Adaime, M., y Mosele, P. (2015). Metodologías activas de enseñanza y aprendizaje: algunas consideraciones. *Creative Education* , 6, 1536-1545. <https://doi.org/10.4236/CE.2015.614154>

Ministerio de Educación de Chile (2023). Bases Curriculares: Orientaciones Didácticas Matemática.

Moreno-Armella, L. (1996). Matemáticas: una perspectiva histórica y didáctica. *Revista Internacional de Educación Matemática en Ciencia y Tecnología* , 27, 633-639. <https://doi.org/10.1080/0020739960270501>

Moreno Lucas, F. M. (2015a). Función pedagógica de los recursos materiales en educación infantil / Pedagogical function of material resources in early childhood education. *Vivat Academia*, 0(133), 12.

<https://doi.org/10.15178/va.2015.133.12-25>

Muñoz-Jaramillo, L. (2023). La evaluación formativa en el contexto educativo colombiano. *Cienciamatria*, 9(17), 86-98. <https://doi.org/10.35381/cm.v9i17.1126>

Murillo, F. J., Román, M., & Atrio, S. (2016). Los Recursos Didácticos de Matemáticas en las Aulas de Educación Primaria en América Latina:

Disponibilidad e Incidencia en el Aprendizaje de los Estudiantes. *Education Policy Analysis Archives/Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, 24( ), 1-22

National Council of Teachers of Mathematics. (2015). *De los principios a la acción: Para garantizar el éxito matemático para todos*. National Council of Teachers of Mathematics.

Pacheco, L. (2018) Influencia del sistema de evaluación implantado en la calidad educativa percibida por los estudiantes de la Universidad Nacional de San Agustín, Arequipa 2018. [Tesis Doctoral, Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Perú] <https://renati.sunedu.gob.pe/handle/sunedu/3154621>

Panizza, M. (2003) Enseñar Matemática en el nivel inicial y el primer ciclo de la EGB. Buenos Aires, Argentina: Paidós

Peng, L. (2014) La Enseñanza de la matemática en educación básica. Un libro de recursos. (1° ed) Santiago, Chile: Academia Chilena de ciencias

Posso, R., Barba, L., Paz, B., Pereira, M., León, X., Ortiz, N. y Noroña, L. (2022) Exclusión del ejercicio físico desde la mirada de las TIC. <https://www.researchgate.net/publication/358121094> Exclusion del ejercicio físico desde la mirada de las TIC

Restrepo, B. (2005). Aprendizaje basado en problemas (ABP): una innovación didáctica para la enseñanza universitaria. *Educación y Educadores*, 80. 9-19.

Revelo, s & Yañez, N. (2023) Material concreto y su importancia en el fortalecimiento de la matemática: una revisión documental <https://revistamentor.ec/index.php/mentor/article/view/5304>

Solar, H., García, B., Rojas, F. & Coronado, A. (2014). Propuesta de un Modelo de Competencia Matemática como articulador entre el currículo, la formación de profesores y el aprendizaje de los estudiantes. *Educación Matemática*, 26(2)33-67.

Vergnaud, G. (2007). ¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo? *Revista Investigações em Ensino de Ciências* 12(2), 285-302  
[file:///C:/Users/Carolina%20Correa/Downloads/admin,+v12\\_n2\\_a6\\_.pdf](file:///C:/Users/Carolina%20Correa/Downloads/admin,+v12_n2_a6_.pdf)

Zapatera, A. (2020) El Método Singapur para el Aprendizaje de la Matemática: Enfoque y Concreción de un estilo de Aprendizaje [https://repositorioinstitucional.ceu.es/bitstream/10637/12843/1/Metodo\\_Zapatera\\_INFAD\\_2020.pdf](https://repositorioinstitucional.ceu.es/bitstream/10637/12843/1/Metodo_Zapatera_INFAD_2020.pdf)

## **ANEXOS**

### **ANEXO 1: Consentimiento Informado - Participación de encuesta semi estructurada**

He sido invitado(a) a participar en una investigación acerca del uso de estrategias metodológicas en la enseñanza de las matemáticas que apuntan al desarrollo del pensamiento matemático.

Entiendo que este estudio busca contribuir en la construcción de una propuesta metodológica que favorezca el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas y el pensamiento crítico en matemática.

La información recogida a través de esta encuesta será confidencial, no individualizada, ni contextualizada y con ello, las respuestas no podrán ser conocidas por otras personas ni tampoco ser identificadas en la fase de publicación de resultados.

Estoy en conocimiento que toda la información obtenida en este estudio es confidencial, cuyo acceso está limitado a la investigadora Carolina Correa Orchard, titular del proyecto, quien es responsable de resguardar y manejar bajo estricto anonimato la información obtenida. Por tanto, los datos recogidos serán utilizados sin ningún tipo de información que me individualice. Entiendo que mi participación es voluntaria y no habrá retribución por ella, que puedo solicitar las respuestas entregadas por mí, si así lo requiero, y me puedo retirar en cualquier etapa, sin tener que dar una justificación de la causa y en el momento que lo considere pertinente. De ser así, esto no tendrá consecuencia alguna y mis datos serán eliminados de los registros en el caso, por ejemplo, que ya haya respondido la encuesta semi estructura.

Si tiene alguna pregunta durante cualquier etapa del estudio puede comunicarse con la investigadora responsable al correo [carolinacorreao@gmail.com](mailto:carolinacorreao@gmail.com), en el momento que lo estime pertinente para cualquier asunto relativo a mi participación. Además, en caso de cualquier otra consulta sobre mis derechos como participante de este estudio puedo contactarme con el Dr. Francisco Ceric, presidente del Comité de Ética Institucional UDD, [fceric@udd.cl](mailto:fceric@udd.cl) o con el Señor Alfredo Melo, Secretario del Comité de Ética de la Universidad del Desarrollo al e-mail [lmelo@udd.cl](mailto:lmelo@udd.cl) (Dirección de Investigación UDD). Dicha institución no tiene acceso a mis datos obtenidos del estudio.

En pleno conocimiento de esto:

Sí. Acepto voluntariamente participar en este estudio y he recibido una copia del presente documento.

Firma participante:

Fecha:

Firma Investigador(a) a cargo:

## **ANEXO 2: Asentimiento Informado - Participación en la investigación**

He sido invitado(a) a participar en una investigación acerca del uso de estrategias metodológicas en la enseñanza de las matemáticas que apuntan al desarrollo del pensamiento matemático.

Entiendo que este estudio busca contribuir en la construcción de una propuesta metodológica que favorezca el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas y el pensamiento crítico en matemática.

La información recogida a través de resolución de ejercicios y problemas en clases será confidencial, no individualizada, ni contextualizada y con ello, las respuestas no podrán ser conocidas por otras personas ni tampoco ser identificadas en la fase de publicación de resultados.

Estoy en conocimiento que toda la información obtenida en este estudio es confidencial, cuyo acceso está limitado a la investigadora Carolina Correa Orchard, titular del proyecto, quien es responsable de resguardar y manejar bajo estricto anonimato la información obtenida. Por tanto, los datos recogidos serán utilizados sin ningún tipo de información que me individualice. Entiendo que mi participación es voluntaria y no habrá retribución por ella.

En pleno conocimiento de esto:

Sí. Acepto voluntariamente participar en este estudio y he recibido una copia del presente documento.

Firma participante:

Fecha:

Firma Investigador(a) a cargo:

### Anexo 3: Monitoreo de la Implementación

SubObjetivos/ Indicadores/ Actividad	Medios de verificación	Técnica de recolección de información	Instrumentos de evaluación	Métodos de análisis
Socializar los resultados del diagnóstico y el plan de acción de la ruta de aprendizaje COPISI en planificaciones de matemática de cuarto básico				
Junta de matemática para socializar los resultados del diagnóstico	Acta de la junta de matemática con profesores asistentes	Técnica Conversacional	Lista de Cotejo para la presentación	Análisis de descriptivo Codificación
Socializar la importancia de diversificar estrategias y metodologías de aprendizaje	Presentación de la importancia de la ruta COPISI en educación básica	Técnica Conversacional	Lista de cotejo para la presentación	Análisis de descriptivo Codificación
Informar al equipo directivo del colegio sobre la declaración en las planificaciones del uso de la ruta COPISI en matemática	Documento informativo de resultados e importancia de la ruta COPISI en educación básica	Técnica Conversacional	Lista de cotejo para la presentación	Análisis de descriptivo Codificación
Modelar la ruta de aprendizaje COPISI a las profesoras de matemática de educación básica				
Explicar a los docentes de matemática en qué consiste la ruta COPISI (concreto, pictórico y simbólico) y su implicancia en el desarrollo de habilidades matemáticas	Presentación de estrategia Ruta COPISI	Técnica Conversacional	Cuestionario de comprensión Ruta COPISI	Análisis estadístico
Modelar la ruta de aprendizaje COPISI con ejemplos concretos de operatoria (suma y resta)	Presentación de estrategia Ruta COPISI	Técnica Conversacional	Rúbrica de la ruta de aprendizaje COPISI	Análisis de descriptivo
Retroalimentar a los profesores acerca del modelamiento de la ruta de aprendizaje COPISI	Preguntas orientadoras de retroalimentación	Técnica Conversacional	Rúbrica de la ruta de aprendizaje COPISI	Análisis de descriptivo

Aplicar la ruta de aprendizaje COPISI en la enseñanza de ecuaciones en cuarto básico				
Declarar en la planificación de ecuaciones la ruta de aprendizaje COPISI en cuarto básico	Planificación de matemática de cuarto básico, unidad ecuaciones con ruta COPISI establecida	Análisis documental	Lista de cotejo con indicadores de Ruta COPISI	Análisis documental
Realizar la ruta de aprendizaje COPISI para enseñar ecuaciones a través del método de la balanza	Clases unidad ecuaciones con ruta COPISI	Observación participante	Rúbrica de la ruta de aprendizaje COPISI	Análisis estadístico
Analizar las estrategias utilizadas por los alumnos para resolver ecuaciones	Pauta de observación a estudiantes sobre ruta COPISI en clases de ecuaciones	Observación participante	Lista de Cotejo de observación	Análisis de descriptivo y estadístico

#### Anexo 4: Instrumentos de Recolección de Datos de la Implementación

Lista de Cotejo - Junta de matemática para socializar los resultados del diagnóstico en cuanto al grado de implementación de la ruta COPISI en matemática en cuarto básico

<b>Socialización Resultados Diagnóstico Grado de Implementación COPISI</b>			
<b>Docente</b>			
<b>Indicador</b>	<b>Cumple</b>		<b>Observaciones</b>
	<b>SI</b>	<b>NO</b>	
Manifiesta interés de recibir la información entregada en cuanto al grado de implementación de COPISI			
Entiende con claridad que los estudiantes realizan un procedimiento secuenciado en clases de matemática que le permite resolver problemas			
Comenta posibles estrategias que le permiten resolver problemas de forma particular y que adopta en sus clases de matemática			
Utiliza material concreto dentro de sus actividades			
Hace dibujos para mostrar una determinada resolución			
Realiza un procedimiento matemático para resolver el problemas en la sala de clases			
Realiza preguntas dirigidas a los estudiantes durante el proceso de enseñanza para orientar el desarrollo de la resolución de problemas			
Reconoce la importancia de la retroalimentación dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje			
Manifiesta disposición por aplicar la metodología en sus planificaciones			
Otras observaciones			



Lista de Cotejo - Socializar la importancia de diversificar estrategias y metodologías de aprendizaje para conseguir mejores resultados y el desarrollo de habilidades concretas del área

<b>Socialización Resultados Diagnóstico Grado de Implementación COPISI</b>			
<b>Docente</b>			
<b>Indicador</b>	<b>Cumple</b>		<b>Observaciones</b>
	<b>SI</b>	<b>NO</b>	
Reconoce la importancia de diversificar la enseñanza			
Reconoce los diferentes ritmos de aprendizaje y necesidades educativas especiales a la hora de planificar sus clases			
Explicita secuencias didácticas que le permite la enseñanza de la resolución de problemas			
Reconoce y define diferentes formas de enseñar un determinado objetivo			
Explicita cómo diferentes estrategias potencian la mejora de resultados			
Reconoce que es capaz de realizar adecuaciones curriculares que le permiten mejorar su enseñanza			
Realiza preguntas dirigidas a los estudiantes durante el proceso de enseñanza para orientar el desarrollo de la resolución de problemas			
Utiliza la retroalimentación como parte de sus estrategias de aprendizaje			
Comenta por qué a su juicio es importante diversificar la enseñanza			
Reconoce que su labor docente está al servicio de los estudiantes por sobre los objetivos de aprendizaje			
Otras observaciones			

Lista de Cotejo - Informar al equipo directivo del colegio sobre la declaración en las planificaciones del uso de la ruta COPISI en matemática

<b>Socialización Resultados Diagnóstico Grado de Implementación COPISI</b>			
<b>Rol dentro del equipo directivo</b>			
<b>Indicador</b>	<b>Cumple</b>		<b>Observaciones</b>
	<b>SI</b>	<b>NO</b>	
Reconoce la importancia de diversificar la enseñanza			
Reconoce los diferentes ritmos de aprendizaje y necesidades educativas especiales de los estudiantes del colegio			
Recibe los resultados del diagnóstico como un insumo para potenciar las planificaciones docentes			
Reconoce y establece importante el uso de material concreto en matemática			
Manifiesta que la posibilidad de realizar dibujos es parte del proceso de aprendizaje			
Considera que los procedimientos matemáticos pueden ir apoyados con otras estrategias que facilitan la resolución			
Compromete su participación desde su rol en el equipo directivo para fomentar el uso de la metodología COPISI en clases de matemática			
Manifiesta la importancia de declarar y establecer retroalimentaciones en las planificaciones de clases de matemática			
Se compromete a exigir a los docentes diversificar rutas de aprendizajes que se ajusten a las necesidades de los estudiantes del colegio			
Reconoce que el uso de diferentes estrategias apoyan la mejora en logros académicos y resultados de pruebas estandarizadas			
Reconoce la labor de los profesores del colegio por diversificar la manera de enseñar para potenciar el desarrollo de habilidades de resolución de problemas			
Otras observaciones			

Cuestionario - Explicar a los docentes de matemática en qué consiste la ruta COPISI (concreto, pictórico y simbólico) y su implicancia en el desarrollo de habilidades matemáticas

## **CUESTIONARIO A PROFESORAS DE MATEMÁTICA**

Ruta de aprendizaje COPISI

Profesor: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Responde las siguientes preguntas en el espacio asignado

**1) ¿Qué significa la sigla COPISI?**

---

---

---

**2) ¿Por qué se considera importante considerar diferentes estrategias a la hora de enseñar matemática?**

---

---

---

**3) ¿Cómo esta ruta puede fomentar el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico, argumentación y resolución de problemas?**

---

---

---

**4) ¿Cómo enseñaría usted la suma de números hasta 40 utilizando la ruta de aprendizaje COPISI?**

---

---

---

---

---

Rúbrica - Modelar la ruta de aprendizaje COPISI con ejemplos concretos de operatoria (suma y resta)

<b>MODELAMIENTO RUTA DE APRENDIZAJE COPISI</b>			
<b>Profesor:</b>			<b>Cursos que hace clase</b>
<b>Metodología de Enseñanza COPISI</b>			
Realiza la ruta de aprendizaje COPISI, utilizando cada una de sus fases logrando que sus compañeros comprendan el objetivo propuesto <b>4 puntos</b>	Realiza la ruta de aprendizaje COPISI, utilizando cada una de sus fases sin lograr que sus compañeros comprendan el objetivo propuesto <b>3 puntos</b>	Realiza la ruta de aprendizaje COPISI, utilizando algunas de sus fases logrando que sus compañeros comprendan el objetivo propuesto <b>2 puntos</b>	Realiza la ruta de aprendizaje COPISI, utilizando algunas de sus fases logrando sin lograr que sus compañeros comprendan el objetivo propuesto <b>1 punto</b>
<b>Disposición a la realización de la metodología</b>			
	Presenta una actitud positiva para trabajar la metodología COPISI <b>3 puntos</b>	Presenta una actitud indiferente al trabajar la metodología COPISI <b>2 puntos</b>	Presenta una actitud negativa para trabajar la metodología COPISI <b>1 punto</b>
<b>Resolución de Actividades</b>			
Resuelven la totalidad de las actividades propuestas aplicando las propiedades, fórmulas y/o procedimientos matemáticos aprendidos de la metodología COPISI <b>4 puntos</b>	Resuelven la totalidad de las actividades propuestas sin aplicar propiedades, fórmulas y/o procedimientos matemáticos aprendidos de la metodología COPISI <b>3 puntos</b>	Resuelven parte de las actividades propuestas aplicando propiedades, fórmulas y/o procedimientos matemáticos aprendidos de la metodología COPISI <b>2 puntos</b>	Resuelven parte de las actividades propuestas sin aplicar propiedades, fórmulas o procedimientos matemáticos aprendidos de la metodología COPISI <b>1 punto</b>
<b>Retroalimentación y Metacognición</b>			
	Revisa cuidadosamente el trabajo realizado, identificando y corrigiendo posibles errores en la implementación de la metodología COPISI para evitar la repetición en futuros problemas <b>3 puntos</b>	Revisa cuidadosamente el trabajo realizado, identificando los posibles errores en la implementación de la metodología COPISI <b>2 puntos</b>	Revisa el trabajo realizado, marcando si está correcto o no, sin identificar los errores cometidos en la implementación de la metodología COPISI <b>1 punto</b>

Rúbrica - Retroalimentar a los profesores acerca del modelamiento de la ruta de aprendizaje COPISI

<b>RETROALIMENTACIÓN MODELAMIENTO RUTA COPISI</b>			
<b>Profesor:</b>			<b>Cursos que hace clase</b>
<b>Metodología de Enseñanza COPISI</b>			
Realiza la ruta de aprendizaje COPISI, utilizando las consideraciones las estrategias logrando objetivo propuesto <b>4 puntos</b>	Realiza la ruta de aprendizaje COPISI, utilizando las consideraciones de las estrategias sin lograr el objetivo propuesto <b>3 puntos</b>	Realiza la ruta de aprendizaje COPISI, utilizando algunas de las consideraciones de las estrategias logrando el objetivo propuesto <b>2 puntos</b>	Realiza la ruta de aprendizaje COPISI, utilizando algunas las consideraciones de las estrategias sin lograr el objetivo propuesto <b>1 punto</b>
<b>Disposición a la realización de la metodología</b>			
	Presenta una actitud positiva para trabajar a las consideraciones de las estrategias de la metodología COPISI <b>3 puntos</b>	Presenta una actitud indiferente a las consideraciones de las estrategias de para trabajar la metodología COPISI <b>2 puntos</b>	Presenta una actitud negativa a las consideraciones de las estrategias de para trabajar la metodología COPISI <b>1 punto</b>
<b>Retroalimentación y Metacognición</b>			
	Revisa cuidadosamente el trabajo realizado, identificando y corrigiendo posibles errores que mejorarían su práctica pedagógica <b>3 puntos</b>	Revisa trabajo realizado e identificando errores que mejorarían su práctica pedagógica <b>2 puntos</b>	Revisa trabajo realizado para mejorar su práctica pedagógica <b>1 punto</b>

Lista de Cotejo - Declarar en la planificación de ecuaciones la ruta de aprendizaje COPISI en cuarto básico

Declaración de la ruta de aprendizaje COPISI en planificación de matemática de cuarto básico		
Profesora		
Indicador	Cumple	
	SI	NO
Dentro de su planificación está el objetivo de aprendizaje correspondiente a ecuaciones en cuarto básico (OA14)		
Establece el uso de material concreto al planificar el OA 14		
Establece el uso de métodos gráficos en la representación con ejemplos claros dentro de la planificación		
Muestra el algoritmo a través del método de la balanza para la enseñanza de las ecuaciones		
Se detallan preguntas dirigidas a los estudiantes para llegar al objetivo propuesto		
Se manifiestan acciones que indiquen que se retroalimenta el trabajo de los estudiantes contantemente en la sala de clases		
Se describe dentro de la planificación una puesta en común o un plenario donde los estudiantes comente cómo resuelven un determinado problema		
Se incorporan en la planificación posibles preguntas que pueden surgir durante la clase		
Se incorporan durante la planificación posibles errores que pueden cometer los estudiantes y las posibles formas de abordarlo		

Rúbrica – Ruta de Aprendizaje COPISI Enseñanza de Ecuaciones

<b>RUTA DE APRENDIZAJE COPISI Enseñanza Ecuaciones</b>			
<b>Profesor:</b>			<b>Cursos que hace clase</b>
<b>Metodología de Enseñanza COPISI</b>			
Realiza la ruta de aprendizaje COPISI, utilizando material concreto, realizando el método pictórico de la balanza y enseñando la mecánica algebraica para resolver ecuaciones <b>4 puntos</b>	Realiza la ruta de aprendizaje COPISI, utilizando parte de las fases, ya sea, material concreto, realizando el método pictórico de la balanza y enseñando la mecánica algebraica para resolver ecuaciones <b>3 puntos</b>	Realiza la ruta de aprendizaje COPISI, utilizando parte de las fases, ya sea, material concreto, realizando el método pictórico de la balanza y enseñando la mecánica algebraica sin poder resolver ecuaciones <b>2 puntos</b>	No realiza la ruta para resolver ecuaciones y utiliza otro tipo de metodología <b>1 punto</b>
<b>Retroalimentación de la metodología</b>			
	Realiza preguntas orientadoras que se ajustan a una retroalimentación constante y se anticipa a posibles respuestas, además de responder a preguntas que surgen en la clase <b>3 puntos</b>	Realiza preguntas orientadoras sin anticiparse a posibles respuesta y responde a preguntas que surgen durante la clase <b>2 puntos</b>	Responde a preguntas que surgen durante el proceso de enseñanza <b>1 punto</b>
<b>Resolución de Actividades</b>			
	Resuelven la totalidad de las actividades propuestas aplicando propiedades, fórmulas y/o procedimientos matemáticos aprendidos de la metodología COPISI <b>3 puntos</b>	Resuelven parte de las actividades propuestas aplicando parte de propiedades, fórmulas y/o procedimientos matemáticos aprendidos de la metodología COPISI <b>2 puntos</b>	Resuelven parte de las actividades propuestas sin aplicar propiedades, fórmulas o procedimientos matemáticos aprendidos de la metodología COPISI <b>1 punto</b>

Lista de Cotejo – Observación de Clases : Estrategias de Estudiantes

**PAUTA DE OBSERVACIÓN Matemática**

Estudiante: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

<b>CARACTERÍSTICAS DEL ESTUDIANTE</b>				
<b>Rendimiento Académico</b>				
<b>Curso</b>	<b>Sexo</b>	<b>F</b>	<b>M</b>	<b>Edad</b>
<b>Características Específicas</b>				
<b>OBSERVACIÓN DE CLASE</b>				
<b>Indicador</b>	<b>Cumple</b>		<b>Observaciones</b>	
	<b>SI</b>	<b>NO</b>		
Se mantiene con una actitud adecuada para comenzar la actividad (silencio, materiales, disposición)				
Entiende con claridad la instrucción dada por la profesora antes de comenzar la actividad				
Recibe el material para trabajar y lee el problema que debe resolver				
Comenta con sus compañeros qué es lo que deben resolver y posibles estrategias para encontrar la solución				
Utiliza material concreto para resolver				
Hace dibujos para encontrar la solución				
Realiza un procedimiento matemático para resolver el problema				
Realiza preguntas a sus compañeros para buscar mejores estrategias de resolución				
Realiza preguntas a la profesora para orientar su desarrollo				
Es capaz de explicar a otro cómo resolver utilizando alguna estrategia determinada				
Resuelve el problema correctamente				
Otras observaciones				



**Anexo 5: ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA A PROFESORAS DE MATEMÁTICA**

Identificar el nivel de implementación de la metodología COPISI en el aula que impacta en la habilidad de resolución de problemas

Nombre del Entrevistado: \_\_\_\_\_

Cargo en la institución: \_\_\_\_\_

Entrevistadora: Carolina Correa Orchard      Fecha: \_\_\_\_\_

Objetivo de la Entrevista: Recolectar información acerca del nivel de implementación de estrategias de aprendizajes y la utilización de la metodología COPISI en el aula que impactan en la habilidad de resolución de problemas.

**1) ¿De qué manera usted organiza su planificación de clase de matemática? Indique las estrategias que comúnmente ocupa y los recursos asociados**

---

---

---

---

**2) ¿Con qué frecuencia usa en sus clases material concreto en sus clases de matemática? ¿Qué tipos de materiales utiliza? Detalle su utilización**

---

---

---

---

**3) ¿Cómo usted articula el uso del material concreto con los algoritmos que enseña en la asignatura? Detalle algún ejemplo**

---

---

---

---

**4) ¿Qué otras estrategias utiliza usted en sus planificaciones para las clases de matemática?**

---

---

---

---

---

**5) ¿Cuáles son las estrategias que usted considera más importantes para el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas?**

---

---

---

---

---

**6) ¿De qué manera monitorea el seguimiento del aprendizaje que apunte al desarrollo de la habilidad de resolución de problemas en matemática?**

---

---

---

---

---

## **Anexo 6: ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA A EQUIPO DIRECTIVO**

Identificar el nivel de implementación de la metodología COPISI en el aula que impacta en la habilidad de resolución de problemas

Nombre del Entrevistado: \_\_\_\_\_

Cargo en la institución: \_\_\_\_\_

Entrevistadora: Carolina Correa Orchard      Fecha: \_\_\_\_\_

Objetivo de la Entrevista: Recolectar información acerca del nivel de implementación de estrategias de aprendizajes y la utilización de la metodología COPISI en el aula que impactan en la habilidad de resolución de problemas.

**1) ¿De qué manera usted considera que debe planificarse una clase de matemática? Indique las estrategias considera primordiales y los recursos asociados**

---

---

---

---

---

**2) ¿Con qué frecuencia espera que los profesores usen material concreto? ¿Con qué tipos de materiales cuenta el establecimiento? Detalle sugerencias que se han planteado desde el equipo directivo y lineamientos metodológicos**

---

---

---

---

---

**3) ¿Cómo cree usted que se articula el uso del material concreto con los algoritmos que se enseñan en matemática? Detalle algún ejemplo observado por docentes de la comunidad**

---

---

---

---

**4) ¿Qué otras estrategias ha observado que se utilizan por parte de los docentes en las planificaciones para las clases de matemática?**

---

---

---

---

---

**5) ¿Cuáles son las estrategias que usted considera más importantes para el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas?**

---

---

---

---

---

**6) ¿De qué manera usted monitorea el seguimiento del aprendizaje que apunte al desarrollo de la habilidad de resolución de problemas en matemática? Explícite cómo influye en la práctica pedagógica de los profesores del colegio**

---

---

---

---

---

## Anexo 7: PAUTA DE OBSERVACIÓN Matemática

Estudiante: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

CARACTERÍSTICAS DEL ESTUDIANTE				
Rendimiento Académico				
Curso	Sexo	F	M	Edad
Características Específicas				
OBSERVACIÓN DE CLASE				
Indicador	Cumple		Observaciones	
	SI	NO		
Se mantiene con una actitud adecuada para comenzar la actividad (silencio, materiales, disposición)				
Entiende con claridad la instrucción dada por la profesora antes de comenzar la actividad				
Recibe el material para trabajar y lee el problema que debe resolver				
Comenta con sus compañeros qué es lo que deben resolver y posibles estrategias para encontrar la solución				
Utiliza material concreto para resolver				
Hace dibujos para encontrar la solución				
Realiza un procedimiento matemático para resolver el problema				
Realiza preguntas a sus compañeros para buscar mejores estrategias de resolución				
Realiza preguntas a la profesora para orientar su desarrollo				
Es capaz de explicar a otro cómo resolver utilizando alguna estrategia determinada				
Resuelve el problema correctamente				
Explica al curso cómo resolver el problema dado				
Otras observaciones				

### Anexo 8: Matriz de Planificación

	Subobjetivos/ Indicadores	Actividades a desarrollar	Meta esperada	Meta minina	Recursos
Implementar una propuesta curricular con la ruta COPISI dentro de las planificaciones de matemática de cuarto básico	Socializar los resultados del diagnóstico y el plan de acción de la ruta de aprendizaje COPISI en planificaciones de matemática de cuarto básico	Junta de matemática para socializar los resultados del diagnóstico	100 % de los miembros de la junta	60 % de los miembros de la junta	<ul style="list-style-type: none"> <li>- PPT con resultados del diagnóstico</li> <li>- Documento con resultados del diagnóstico</li> </ul>
		Socializar la importancia de diversificar estrategias y metodologías de aprendizaje	100 % de los miembros de la junta	60 % de los miembros de la junta	
		Informar al equipo directivo del colegio sobre la declaración en las planificaciones del uso de la ruta COPISI en matemática	100 % de los miembros del equipo directivo	60 % de los miembros del equipo directivo	
	Modelar la ruta de aprendizaje COPISI a las profesoras de matemática de educación básica y media	Explicar a los docentes de matemática en qué consiste la ruta COPISI (concreto, pictórico y simbólico) y su implicancia en el desarrollo de habilidades matemáticas	100 % de los profesores que realizan clases de matemática	75 % de los profesores que realizan clases de matemática	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ejemplos concretos de la ruta de aprendizaje COPISI</li> <li>- PPT con explicación de la metodología paso a paso</li> </ul>

	<p>Modelar la ruta de aprendizaje COPISI con ejemplos concretos de operatoria (suma y resta)</p> <p>Retroalimentar a los profesores acerca del modelamiento de la ruta de aprendizaje COPISI</p>	<p>100 % de los profesores que realizan clases de matemática</p> <p>100 % de los profesores que realizan clases de matemática</p>	<p>75 % de los profesores que realizan clases de matemática</p> <p>75 % de los profesores que realizan clases de matemática</p>	<p>- Material concreto: cubo unifix, bloques multibase</p> <p>- Pizarras individuales</p> <p>- Ficha de trabajo</p> <p>- Cuestionario dirigido a los profesores que utilizaron la ruta COPISI</p>
<p>Aplicar la ruta de aprendizaje COPISI en la enseñanza de ecuaciones en cuarto básico</p>	<p>Declarar en la planificación de ecuaciones la ruta de aprendizaje COPISI en cuarto básico</p> <p>Realizar la ruta de aprendizaje COPISI para enseñar ecuaciones a través del método de la balanza</p> <p>Analizar las estrategias utilizadas por los alumnos para resolver ecuaciones</p>	<p>100 % de los profesores que realizan clases de matemática para que el</p> <p>100 % de los estudiantes utiliza la metodología en clases de matemática</p> <p>100 % de los profesores que realizan</p>	<p>100 % de los profesores que realizan clases de matemática</p> <p>75 % de los estudiantes utiliza la metodología en clases de matemática</p> <p>100 % de los profesores que realizan</p>	<p>Planificaciones con ruta de aprendizaje COPISI</p> <p>-Balanzas, cubos unifix</p> <p>- PPT con presentación de enseñanza de ecuaciones con ruta COPISI</p> <p>- Ficha de trabajo con resolución de ecuaciones</p> <p>- Pauta de Observación al trabajo de los estudiantes con indicadores de ruta COPISI</p>

			clases de matemática	clases de matemática	
--	--	--	-------------------------	-------------------------	--



<b>Anexo 9: Acciones y Emergentes Implementación</b>		
Socializar los resultados del diagnóstico y el plan de acción de la ruta de aprendizaje COPISI en planificaciones de matemática de cuarto básico		
Acciones	Descripción	Emergente
<p>Junta de matemática para socializar los resultados del diagnóstico</p> <p>Socializar la importancia de diversificar estrategias y metodologías de aprendizaje</p>	<p>Se realiza el miércoles 28 de Agosto la socialización de los resultados del diagnóstico en relación al uso de COPISI en las clases de matemática y las diferentes estrategias que se pueden usar para enseñar (no sólo matemáticas) que permiten atender a la diversidad de estudiantes</p>	<p>Profesoras de media se presentan algo resistente a los comentarios sobre la importancia de trabajar desde lo concreto y fundamentan en que debemos ser exigentes hacia los resultados para subir el nivel del colegio. Se produce discusión al respecto.</p>
<p>Informar al equipo directivo del colegio sobre la declaración en las planificaciones del uso de la ruta COPISI en matemática</p>	<p>Se formaliza en reunión la misma semana que a los profesores en la junta a cada uno de los miembros del equipo directivo la incorporación de esta ruta en las planificaciones de cuarto básico</p>	<p>Debido a problemas conductuales de otros cursos del colegio, sólo se logra formalizar la implementación a la Jefa de UTP y al orientador. El director de ciclo y rector fueron informados posteriormente por los otros miembros del equipo directivo.</p>
<p>Modelar la ruta de aprendizaje COPISI a las profesoras de matemática de educación básica</p>		
Acciones	Descripción	Emergente
<p>Explicar a los docentes de matemática en qué consiste la ruta COPISI (concreto, pictórico y simbólico) y su implicancia en el desarrollo de habilidades matemáticas</p>	<p>Se realiza dentro de la Junta de Matemática una clase expositiva para explicar en qué consiste la metodología la primera semana de septiembre, destacando la importancia del proceso y la diversificación de la enseñanza.</p>	<p>Las profesoras que realizan clases en media participan resistentes. Las de primer ciclo aceptan las sugerencias didácticas de la presentación y reconocen algunas que ya utilizaban. La jefa de UTP manifiesta el espíritu de la institución</p>

		por impulsar iniciativas que promuevan mejoras en los aprendizajes y fomentar la participación de toda la Junta.
Modelar la ruta de aprendizaje COPISI con ejemplos concretos de operatoria (suma y resta)	Se realiza durante la Junta de Matemática de la primera de semana de septiembre, simulando una clase para enseñar a sumar y restar con reagrupación hasta 20 utilizando cubos unifix, pizarra para mostrar lo pictórico y luego el algoritmo para lo abstracto.	Participan resistentes las profesoras de media, indicando que no usan estas estrategias en su ciclo. Las de básica, manifiestan su interés por saber trabajar mejor con este material y corregir los errores de al manipularlo. Destacan la forma de agregar y desagrupar las unidades lo que permite sumar y restar concretamente.
Retroalimentar a los profesores acerca del modelamiento de la ruta de aprendizaje	Se retroalimenta en la Junta de Matemática a cada profesora según rúbrica el trabajo con la ruta COPISI, durante la segunda semana de septiembre	Se decide ir retroalimentando inmediatamente al modelamiento y entregar formalmente por escrito la retroalimentación la semana siguiente y dar esa instancia para dudas que les hayan surgido posteriores a las profesoras en sus clases al utilizar las estrategias aprendidas
Aplicar la ruta de aprendizaje COPISI en la enseñanza de ecuaciones en cuarto básico		
Acciones	Descripción	Emergente
Declarar en la planificación de ecuaciones la ruta de aprendizaje COPISI en cuarto básico	Se ajusta la planificación de matemática de cuarto básico la última semana de septiembre, incorporando la ruta COPISI (concreto, pictórico, simbólico) al Objetivo de Ecuaciones, explicitando el uso de	No hay

	materiales (balanza para la relación de igualdad) y la aproximación hacia el álgebra	
Realizar la ruta de aprendizaje COPISI para enseñar ecuaciones a través del método de la balanza	Se realizan clases para enseñar ecuaciones a través del método de la balanza con la RUTA COPISI	Se dedican 2 semanas (en vez de 1) para trabajar la ruta, ya que en 1 semana sólo se trabaja concretamente con balanzas, ya que los estudiantes nunca habían utilizado el material Se incorpora también ejercicios tipo SIMCE del plan de mejoramiento del contenido que fueron resueltos concreta o pictóricamente de forma más intuitiva que numérica
Analizar las estrategias utilizadas por los alumnos para resolver ecuaciones	Se analizan y describen las diferentes estrategias que se espera que los estudiantes realicen al usar la RUTA COPISI para resolver ecuaciones	Se incorporan otras estrategias que no estaban consideradas en principio y aportan a la resolución

## Anexo 10: Fotos Clase Ecuaciones



Estudiante utilizando la balanza para representar igualdades y ecuaciones

**Resolver Ecuaciones**

**Método 1**

BALANZA ESTE EN EQUILIBRIO

$x + 4 = 9$   
 $x + 4 - 4 = 9 - 4$   
 $x = 5$

Elimina cubos de manera que solo la caja verde quede en un lado de la balanza.

Elimina 4 cubos de ambos lados. La balanza seguirá equilibrada.

Realiza la misma operación en ambos lados. Resta 4 de ambos lados.

Presentación Resolución de Ecuaciones

## Resolver Ecuaciones

a)

Mo conocemos el número de cubos en la caja verde.

Como la balanza está equilibrada, los dos lados de la balanza tienen el mismo valor.

Podemos representar esta relación de equilibrio con la ecuación,  $X + 4 = 9$ .

Una ecuación es una igualdad que tiene términos conocidos y desconocidos. Podemos encontrar ese término desconocido resolviendo la ecuación.

"¿Cuánto me falta para llegar a 9 si tengo 4?"  
"Resolvo:  $9 - 4 = 5$ "

Presentación Resolución de Ecuaciones

## Comprender las Igualdades

### Comprendiendo igualdades

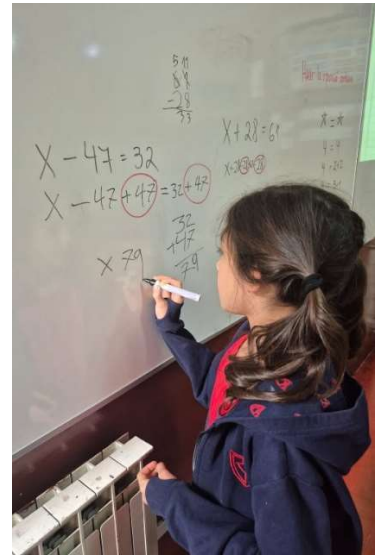
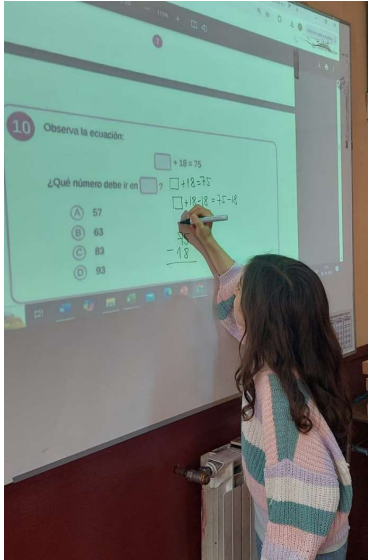
¡Aprendamos!

La balanza está equilibrada porque el número de cubos de la izquierda es igual al número de cubos de la derecha.

Podemos mostrar esta relación entre el número de cubos en ambos lados de la balanza con una igualdad,  $4 + 2 = 6$ .

$7 + \heartsuit = 10$  → Del 7 llegar al 10  
7, 8, 9, 10 = ③  
\*)  $10 - 7 = ③$

Presentación Comprender Igualdades



Estudiantes resolviendo ecuaciones algebraica y autónomamente